PHYSICS SOLVER

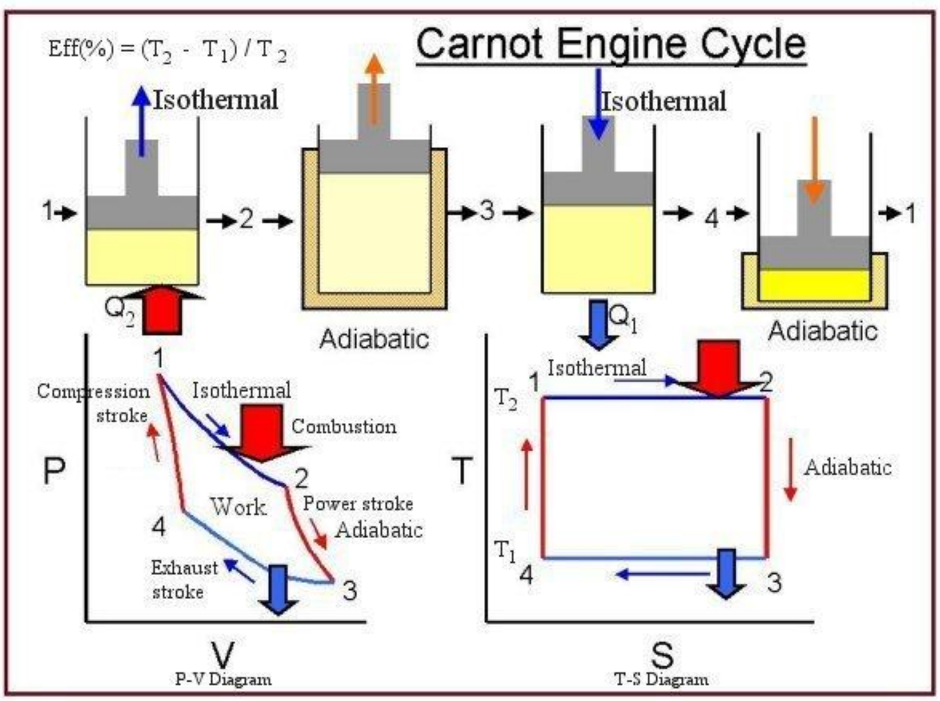
ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ



ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΑΕΡΙΩΝ

Οι νόμοι των αερίων

Robert Boyle

(1627 - 1691)

1. Νόμος του Boyle

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου η θερμοκρασία παραμένει σταθερή είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του.

Η μαθηματική διατύπωση του νόμου είναι:

$$pV = \sigma\tau\alpha\vartheta. \qquad \gamma\iota\alpha \qquad T = \sigma\tau\alpha\vartheta.$$

- ✓ Η μεταβολή στην οποία η θερμοκρασία παραμένει σταθερή ονομάζεται **ισόθερμη**.

Jacques Charles

(1746 - 1823)

2. Νόμος του Charles

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου ο όγκος διατηρείται σταθερός είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

Η μαθηματική διατύπωση του νόμου είναι:

$$\frac{p}{T} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \gamma\iota\alpha \quad V = \sigma\tau\alpha\theta.$$

- ✓ Η μεταβολή στην οποία ο όγκος παραμένει σταθερός ονομάζεται **ισόχωρη**.

Προσοχή: Τη θερμοκρασία την μετράμε σε βαθμούς Kelvin (K). Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **απόλυτη θερμοκρασία**.

→ Η θερμοκρασία στην κλίμακα Kelvin προκύπτει αν στη θερμοκρασία θ, μετρημένη στην κλίμακα Κελσίου, προσθέσουμε το 273. → T=273 + θ.

→ Το μηδέν της κλίμακας Kelvin αντιστοιχεί στους -273 ^{o}C και είναι η θερμοκρασία κάτω από την οποία είναι αδύνατο να φτάσουμε. Τη θερμοκρασία αυτή τη λέμε και ΄**απόλυτο μηδέν**΄.

Joseph

Gay-Lussac

(1778 - 1850)

3. Νόμος του Gay – Lussac

Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου, όταν η πίεσή του διατηρείται σταθερή, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία του.

Η μαθηματική διατύπωση του νόμου είναι:

$$\frac{V}{T} = \sigma\tau\alpha\vartheta . \qquad \gamma\iota\alpha \quad p = \sigma\tau\alpha\vartheta .$$

- ✓ Η μεταβολή στην οποία η πίεση παραμένει σταθερή ονομάζεται **ισοβαρής**.

Έστω κάποιο αέριο που υπακούει με ακρίβεια στους παραπάνω τρεις νόμους ανεξάρτητα από το αν είναι θερμό ή ψυχρό, πυκνό ή αραιό. Ένα τέτοιο αέριο ακριβώς <u>επειδή στην πραγματικότητα δεν υπάρχει θα ονομάζεται ιδανικό αέριο</u>.

→ Μακροσκοπικά ιδανικό αέριο, είναι αυτό που υπακούει στους τρεις νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες και αν βρίσκεται.

Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων

Από τον συνδυασμό των νόμων των αερίων προκύπτει η **καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων.**

$$pV = nRT$$

→ Η R ονομάζεται **σταθερά των ιδανικών αερίων** και η τιμή της εξαρτάται από τις μονάδες των p, V, T.

- Στο σύστημα SI, η τιμή της R είναι: R=8,314 J/mol·K
- Συνήθως η πίεση μετριέται σε ατμόσφαιρες (atm), ο όγκος σε λίτρα (L) και η τιμή της R είναι: R=0,082 L·atm/mol·K

→ Ο αριθμός των mol του αερίου βρίσκεται από το πηλίκο της ολικής μάζας $m_{ολ}$ του αερίου προς τη γραμμομοριακή του μάζα M.

$$n = \frac{m_{ολ}}{M}$$

→ Το πηλίκο της συνολικής μάζας του αερίου προς τον όγκο του δίνει την πυκνότητά του.

$$\rho = \frac{m_{ολ}}{V}$$

Με τη βοήθεια των δύο παραπάνω σχέσεων, έχουμε ότι:

$$p = \frac{\rho}{M} R\,T$$

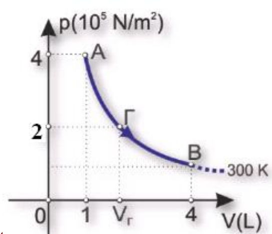
- Ιδανικό αέριο είναι το αέριο για το οποίο ισχύει η καταστατική εξίσωση ακριβώς, σε όλες τις πιέσεις και θερμοκρασίες.

<u>Ασκήσεις:</u>

1. Δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα βρίσκεται μέσα σε λουτρό νερού σταθερής θερμοκρασίας T=300 K και περιέχει ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπό πίεση p_1=1 atm και όγκο V_1=4 L. Υποδιπλασιάζουμε τον όγκο του αερίου. Να υπολογίσετε την τελική τιμή της πίεσης του αερίου.

<u>Απ.</u> p_2=2 atm

2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α. Διατηρώντας τη θερμοκρασία σταθερή, μεταβάλλουμε τον όγκο του αερίου ώστε να βρεθεί στην κατάσταση Β.

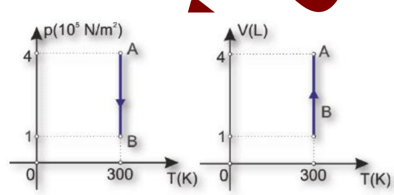


Α. Να βρείτε την πίεση του αερίου στην κατάσταση Β.

Β. Να βρείτε τον όγκο του αερίου στην κατάσταση Γ.

Γ. Να παραστήσετε τη μεταβολή σε διαγράμματα p-T και V-T.

<u>Απ.</u> Α. $p_B=10^5$ N/m^2, Β. V_Γ=2 L, Γ. Η μεταβολή φαίνεται στα διαγράμματα:

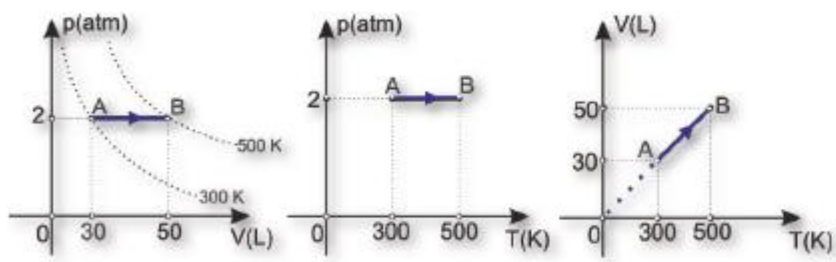


3. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α με όγκο V_A=30 L και θερμοκρασία T_A=300 K. Το αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρις ότου η θερμοκρασία του να γίνει T_B=500 K.

Α. Να υπολογίσετε τον τελικό όγκο του αερίου.

Β. Αν κατά τη διάρκεια της μεταβολής η τιμή της πίεσης είναι p=2 atm, τότε να παραστήσετε την παραπάνω μεταβολή σε διαγράμματα p-V, p-T, V-T.

<u>Απ.</u> Α. V_B=50 L, Β. Η ισοβαρής θέρμανση του αερίου φαίνεται στα διαγράμματα που ακολουθούν:



4. Μέσα σε ένα δοχείο σταθερού όγκου που είναι εφοδιασμένο με στρόφιγγα, περιέχεται ορισμένη ποσότητα ενός ιδανικού αερίου σε πίεση $p_1=4\cdot10^5$ N/m^2 και θερμοκρασία T_1=480 K. Ανοίγουμε τη στρόφιγγα για λίγο και παρατηρούμε ότι τα 3/5 της ποσότητας του αερίου εγκαταλείπουν το δοχείο, ενώ η θερμοκρασία του αερίου που παραμένει στο δοχείο είναι T_2=240 K.

Α. Να υπολογίσετε την πίεση του αερίου που παρέμεινε στο δοχείο.

Β. Στη συνέχεια θερμαίνουμε το αέριο μέχρις ότου να τριπλασιαστεί η πίεσή του. Να υπολογίσετε τη νέα θερμοκρασία του αερίου.

<u>Απ.</u> Α. $p_2=0.8\cdot10^5$ N/m^2, Β. T_3=720 K

5. Μια ποσότητα ενός ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A=2\ m^3$ σε πίεση $p_A=4\cdot10^5\ N/m^2$ και θερμοκρασία $T_A=300$ K. Το αέριο εκτελεί κυκλική μεταβολή που αποτελείται από τις ακόλουθες μεταβολές:

ΑΒ: ισοβαρής εκτόνωση με $T_B=600$ K.

ΒΓ: ισόχωρη ψύξη.

ΓΑ: ισόθερμη συμπίεση.

Α. Να βρείτε την πίεση στα σημεία Β και Γ.

Β. Να βρείτε τον όγκο στα σημεία Β και Γ.

Γ. Να βρείτε την θερμοκρασία στο σημείο Γ.

Δ. Να παραστήσετε την κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα p-V.

<u>Απ.</u> Α. $p_B=4\cdot10^5\ N/m^2$, $p_Γ=2\cdot10^5\ N/m^2$, Β. $V_B=4\ m^3$, $V_Γ=4\ m^3$, Γ. $T_Γ=300$ K

6. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο V_A σε θερμοκρασία T_A και πίεση p_A. Το αέριο υφίσταται την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ, η οποία αποτελείται από τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: ισόχωρη θέρμανση.

ΒΓ: ισοβαρής εκτόνωση.

ΓΔ: ισόθερμη εκτόνωση.

ΔΑ: ισοβαρής συμπίεση.

Α. Να σχεδιάσετε την κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα p-V.

Β. Να αποδείξετε τη σχέση: $p_AV_Δ= p_BV_Γ$.

7. Μια φιάλη περιέχει 20 kg προπανίου σε πίεση $p_1=8.31\cdot10^5$ N/m^2 και σε θερμοκρασία $T_1=440$ K. Μετά από λίγο χρόνο, λόγω διαρροής, η πίεση του προπανίου στη φιάλη υποδιπλασιάζεται και η θερμοκρασία του γίνεται $T_2=300$ K. Αν το προπάνιο στη φιάλη είναι σε αέρια μορφή η οποία προσεγγίζει ιδανικό αέριο, να βρείτε:

Α. Τον όγκο που καταλαμβάνει το προπάνιο στη φιάλη.

Β. Τη μάζα του προπανίου που διέρρευσε.

Δίνονται: R=8.31 J/mol·K, μοριακό βάρος προπανίου 44 (M=44).

<u>Απ.</u> Α. V=2 m^3, Β. Δm=16/3 kg

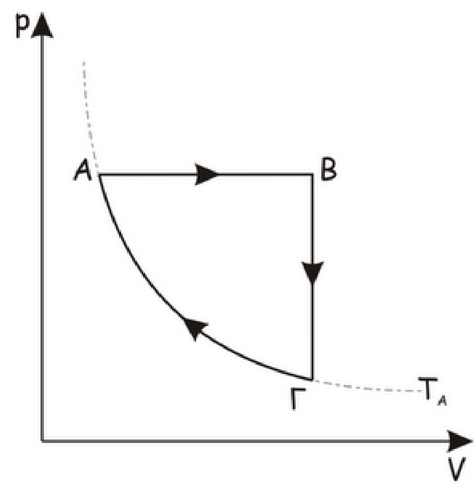
8. Σε μια φιάλη όγκου V=12 L περιέχεται αέριο ήλιο σε πίεση p=120 atm και θερμοκρασία T=300 K. Με το ήλιο της φιάλης, που το θεωρούμε ιδανικό αέριο, θέλουμε να φουσκώσουμε μπαλόνια μέχρις όγκου $V_1=3$ L το καθένα σε πίεση $p_1=1.2$ atm και θερμοκρασία $T_1=300$ K. Πόσα συνολικά μπαλόνια μπορούμε να φουσκώσουμε;

<u>Απ.</u> 400 μπαλόνια

9. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου συμπιέζεται ισόθερμα από την κατάσταση Α με $p_A=10^5$ N/m^2, $V_A=2$ L και $T_A=400$ K στην κατάσταση Β. Στη συνέχεια μεταβαίνει ισοβαρώς στην κατάσταση Γ με $T_Γ=200$ K και τέλος πάει ισόθερμα στην κατάσταση Δ με $V_Δ=1$ L. Να απεικονίσετε τις μεταβολές του αερίου σε διάγραμμα p-V και να βρείτε την τελική του πίεση.

Απ. $p_Δ=10^5$ N/m^2

10. $n=2/R$ mol ιδανικού αερίου βρίσκονται σε κυλινδρικό δοχείο, που κλείνεται με έμβολο, ασκώντας πίεση $p_A=5\cdot 10^5$ N/m² και καταλαμβάνουν όγκο $V_A=0,8$ L. Το αέριο εκτελεί τις μεταβολές που φαίνονται στο σχήμα.

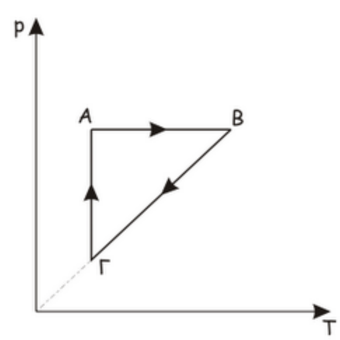


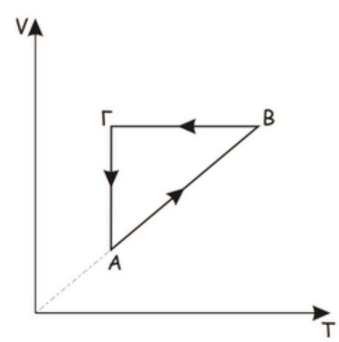
Α. Να βρείτε τη θερμοκρασία στην κατάσταση Α.

Β. Αν η θερμοκρασία στην κατάσταση Β είναι $T_B=600$ K, να βρείτε τον όγκο και την πίεση στην κατάσταση Γ.

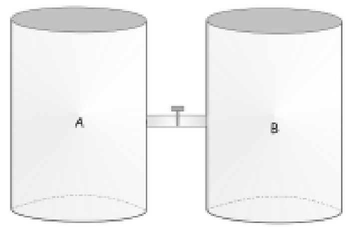
Γ. Να παραστήσετε τη μεταβολή σε διαγράμματα p-T και V-T .

<u>Απ.</u> Α. $T_A=200$ K, Β. $V_Γ=2.4$ L, $p_Γ=\frac{5}{3}\cdot 10^5$ N/m², Γ. Τα διαγράμματα p-T και V-T φαίνονται παρακάτω:





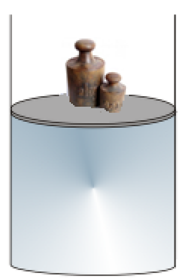
11. Τα δοχεία Α και Β του παρακάτω σχήματος περιέχουν He και επικοινωνούν με πολύ λεπτό σωλήνα, ο οποίος κλείνει με στρόφιγγα. Η στρόφιγγα είναι αρχικά κλειστή.



Το δοχείο Α έχει όγκο V_A και το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία T_A=300 K και πίεση $p_A=10^5$ N/m^2, ενώ το δοχείο Β έχει όγκο $V_B=2V_A$ και το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία T_B=400 K και πίεση $p_B=2\cdot10^5$ N/m^2. Ανοίγουμε τη στρόφιγγα και μετά την αποκατάσταση της θερμοδυναμικής ισορροπίας το αέριο αποκτά θερμοκρασία T=360 K. Να βρείτε την τελική πίεση του αερίου.

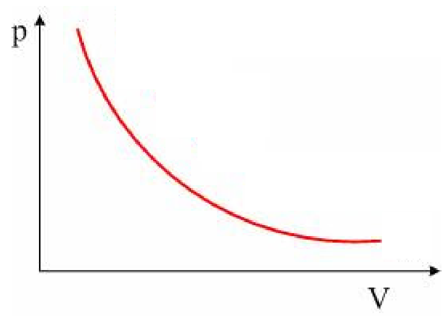
<u>Απ.</u> $p=1.6\cdot10^5$ N/m^2

12. Η πίεση του αερίου (ιδανικού) στο παρακάτω σχήμα είναι σταθερή ($p_{\alpha\tau\mu}+\frac{B}{S}$). Αρχικά το αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α, όπου έχει θερμοκρασία θ_A=27 ^oC κκαι όγκο V_A= 0.4 m^3. Ψύχοντας αργά το αέριο ο όγκος γίνεται ίσος με V_B= 0.36 m^3. Να βρείτε τη θερμοκρασία θ_B.



<u>Απ.</u> θ_B=-3 ^oC

13. Ποσότητα 1 mol ιδανικού αερίου υφίσταται την ισόθερμη μεταβολή που απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα και για την οποία ισχύει $p = \frac{2494}{V}$, όπου το p μετριέται σε N/m^2 και το V σε m^3.



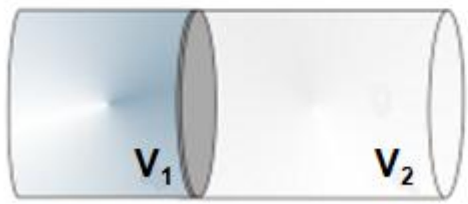
Α. Να βρείτε τη θερμοκρασία του αερίου.

Β. Μια ισόθερμη μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα p-V από μια ισοσκελή υπερβολή. Μπορούμε να πούμε ότι και κάθε ισοσκελής υπερβολή στο διάγραμμα p-V παριστάνει μια ισόθερμη μεταβολή μιας ποσότητας ιδανικού αερίου;

Δίνεται: R=8.31 J/mol·K

Απ. Α. $T \approx 300$ K, Β. Μια ισοσκελής υπερβολή στο διάγραμμα p-V παριστάνεται από μια εξίσωση της μορφής $p = \frac{\alpha}{V}$. Συνεπώς η υπερβολή αυτή θα παριστάνει την ισόθερμη μεταβολή για την οποία είναι: $nRT = \alpha$.

14. Το κλειστό δοχείο του παρακάτω σχήματος χωρίζεται σε δύο μέρη με λεπτό έμβολο, το οποίο ισορροπεί. Στο αριστερό μέρος υπάρχει ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία $\theta_1=27\ ^oC$, ενώ στο δεξιό μέρος υπάρχει ίση ποσότητα του ίδιου αερίου σε θερμοκρασία $\theta_2=127\ ^oC$. Αν ο συνολικός όγκος του δοχείου είναι V=7 L, να υπολογίσετε τους όγκους V_1 και V_2.



<u>Απ.</u> $V_1=3$ L, $V_2=4$ L

15. Ποσότητα H_2 βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο που κλείνεται με έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η πίεση του αερίου είναι $p_1=8.2$ atm, ο όγκος του είναι $V_1=20$ L και η θερμοκρασία $T_1=300$ K.

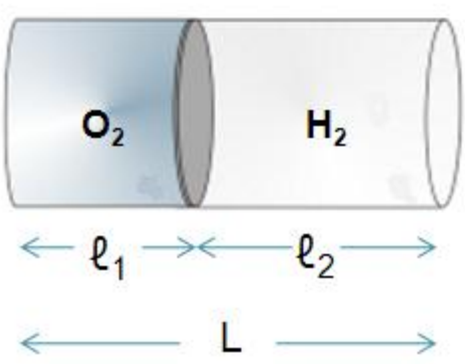
Α. Να υπολογιστεί ο αριθμός των mol του αερίου.

Β. Εισάγουμε στο δοχείο ορισμένη ποσότητα H_2 και παρατηρούμε ότι ο όγκος του αερίου διπλασιάζεται, η θερμοκρασία γίνεται $T_2=500$ K, ενώ η πίεση παραμένει σταθερή. Να υπολογιστεί η μάζα του H_2 που εισάγαμε στο δοχείο.

Δίνονται: R=0,082 L·atm/mol·K και MB(H_2)=2.

<u>Απ.</u> Α. $n_1=20/3$ mol, Β. m=8/3 g

16. Μέσα στο κλειστό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος, μήκους L=65 cm, υπάρχει ένα λεπτό έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και δεν επιτρέπει την ανταλλαγή θερμότητας μέσα από αυτό. Στο αριστερό μέρος του δοχείου υπάρχει ορισμένη ποσότητα O_2 σε θερμοκρασία θ_1=127 ^oC, ενώ στο δεξιό μέρος υπάρχει ίση ποσότητα (σε g) H_2 σε θερμοκρασία θ_2=27 ^oC. Αν το έμβολο ισορροπεί, να υπολογίσετε τις αποστάσεις του ℓ_1 και ℓ_2 από τα άκρα του δοχείου.



Δίνονται: M_{O_2} =0.032 kg/mol και M_{H_2} =0.002 kg/mol. Θεωρούμε ότι τα αέρια του δοχείου συμπεριφέρονται σαν ιδανικά.

<u>Απ.</u> ℓ_1=5 cm , ℓ_2=60 cm

Κινητική θεωρία αερίων

Η κινητική θεωρία των αερίων στηρίζεται στις εξής παραδοχές:

- ✓ Τα μόρια του αερίου συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές, σφαίρες.
- ✓ Στα μόρια δεν ασκούνται δυνάμεις παρά μόνο τη στιγμή της κρούσης με άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου.
- ✓ Οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα είναι ελαστικές.

→ Η πρώτη σχέση που προκύπτει από την εφαρμογή των νόμων της μηχανικής και των παραδοχών της κινητικής θεωρίας, είναι αυτή που συνδέει την πίεση του αερίου με τις ταχύτητες των μορίων του αερίου.

$$p = \frac{1}{3}\frac{N\,m\overline{\upsilon^2}}{V}$$

όπου:

N → ο αριθμός των μορίων του αερίου

m → η μάζα κάθε μορίου

V → ο όγκος του δοχείου

$\overline{\upsilon^2}$ → η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου

→ Η σχέση που συνδέει τη θερμοκρασία με τη μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου είναι:

$$T = \frac{2}{3}\frac{1}{k}\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$$

όπου: $k = \frac{R}{N_A}$ η σταθερά του Boltzmann με k =1,381x10^{-23} J/(μόριο·K)

→ Από την παραπάνω σχέση, για τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$$

→ Σημειώστε ότι η τετραγωνική ρίζα της $\overline{\upsilon^2}$ ονομάζεται ενεργός ταχύτητα $\upsilon_{\varepsilon\nu}$.

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Ασκήσεις:

17. Μια ποσότητα ενός ιδανικού αερίου έχει σε θερμοκρασία T_1=400 K πίεση $p_1=2\cdot10^5$ N/m^2 και πυκνότητα 2.4 kg/m^3. Να βρείτε την ενεργό ταχύτητα ($\upsilon_{εν}$) των μορίων του αερίου:

Α. σε θερμοκρασία T_1=400 K.

Β. σε θερμοκρασία T_2=800 K.

Απ. Α. $\upsilon_{εν_{(1)}} = 500 \;\; m/s$, Β. $\upsilon_{εν_{(2)}} = 500\sqrt{2} \;\; m/s$

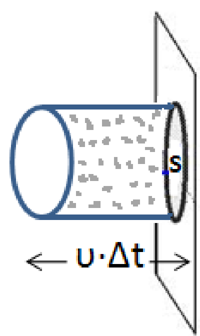
18. Να βρείτε τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ηλίου (He), αν σε πίεση $p=10^5$ N/m^2, το αέριο αυτό έχει πυκνότητα 0.12 kg/m^3.

Δίνονται: $M_{He} = 4\cdot10^{-3}$ kg/mol και ο αριθμός του Avogadro $N_A=6\cdot10^{23}$ μόρια/mol.

Απ. $\bar{E}_K = \frac{1}{12}\cdot10^{-19}$ J

19. Κάθετα προς μια επιφάνεια εμβαδού S κινούνται μόρια με μέση ταχύτητα υ. Ο αριθμός των μορίων ανά μονάδα όγκου είναι N_1 και η μάζα κάθε μορίου είναι m. Να βρείτε: Α. Την δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια, Β. Την πίεση που ασκείται στην επιφάνεια. Θεωρείστε ότι οι κρούσεις των μορίων με την επιφάνεια είναι ελαστικές.

Υπόδειξη- Λύση: Η μεταβολή της ορμής του κάθε μορίου κατά την κρούση του με την επιφάνεια είναι κατ΄απόλυτη τιμή ΔP=2mυ. Σε χρόνο Δt στην επιφάνεια φτάνουν τα μόρια που βρίσκονται μέσα σε όγκο V=S·υ·Δt. Άρα ο αριθμός των μορίων είναι συνολικά $N=N_1\cdot V=N_1\cdot S\cdot \upsilon\cdot \Delta t$. Επομένως η μέση δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια θα είναι $F=\dfrac{N\cdot \Delta P}{\Delta t}=\dots$, ενώ η πίεση $p=\dfrac{F}{S}=\dots$.



Απ. Α. $F=2N_1Sm\upsilon^2$, Β. $p=\dfrac{F}{S}=2N_1m\upsilon^2$

20. Δοχείο όγκου V=3 m^3 περιέχει υδρογόνο σε θερμοκρασία $T=\frac{6000}{R}$ K και πίεση p=$2\cdot10^5$ N/m^2. Θεωρώντας το υδρογόνο ιδανικό αέριο, να υπολογίσετε:

Α. Τον αριθμό των μορίων μέσα στο δοχείο.

Β. Την τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του υδρογόνου.

Δίνονται: M_{H_2} =$2\cdot10^{-3}$ kg/mol και N_A=$6.023\cdot10^{23}$ μόρια/mol.

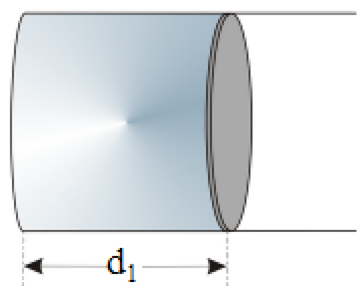
Υπόδειξη: Β. Έχουμε ότι: $\upsilon_{\varepsilon\nu}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}\overset{k=\frac{R}{N_A}}{\Rightarrow}\upsilon_{\varepsilon\nu}=\sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}$

Όμως το γινόμενο mN_A μας δίνει τη γραμμομοριακή μάζα M του αερίου.

Άρα τελικά έχουμε ότι: $\upsilon_{\varepsilon\nu}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=...$

Απ. Α. N=n·N_A=$6.023\cdot10^{25}$ μόρια, Β. $\upsilon_{\varepsilon\nu}$=3000 m/s

21. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κυλινδρικό δοχείο, το ένα άκρο του οποίου κλείνεται με έμβολο εμβαδού Α=20 cm², το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατμ}$=1 atm και η θερμοκρασία του αερίου είναι T_1=300 K. Αρχικά το έμβολο ισορροπεί σε απόσταση d_1=10 cm από το άλλο άκρο του δοχείου. Θερμαίνουμε κατόπιν το αέριο και το έμβολο μετατοπίζεται αργά και ισορροπεί σε νέα θέση, που απέχει απόσταση d_2=40 cm από το άλλο άκρο του δοχείου.



Α. Να υπολογίσετε τον αριθμό των μορίων του αερίου.

Β. Να βρείτε το πηλίκο των ενεργών ταχυτήτων των μορίων του αερίου στην αρχική και τελική κατάσταση.

Γ. Να βρείτε τη μεταβολή της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου.

Οι σταθερές k, R, N_A θεωρούνται γνωστές.

Απ. Α. $N=0.48\cdot 10^{22}$ μόρια, Β. $\frac{\upsilon_{εν_{(1)}}}{\upsilon_{εν_{(2)}}}=\frac{1}{2}$, Γ. $\Delta\overline{E_K}=1863\cdot 10^{-23}$ J

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Θερμοδυναμικό σύστημα

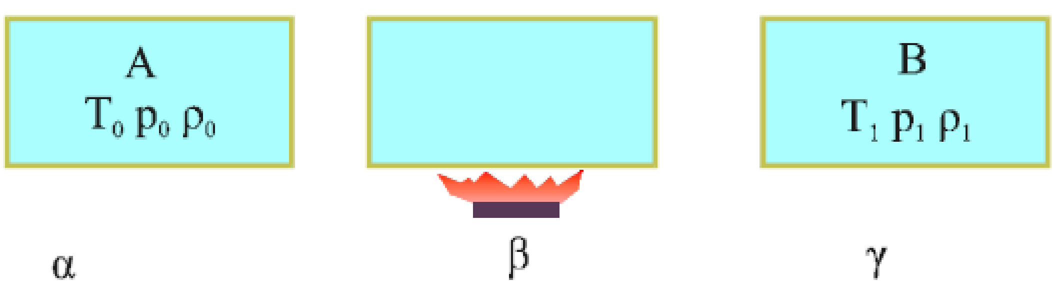
Γενικά, **σύστημα** είναι ένα τμήμα του φυσικού κόσμου που διαχωρίζεται από τον υπόλοιπο κόσμο με πραγματικά ή νοητά τοιχώματα. Ο υπόλοιπος φυσικός κόσμος αποτελεί το **περιβάλλον** του συστήματος.

Στην περίπτωση που για την περιγραφή του συστήματος χρησιμοποιούνται και θερμοδυναμικά μεγέθη όπως είναι η θερμότητα, η θερμοκρασία, η εσωτερική ενέργεια και άλλα, τότε το **σύστημα** χαρακτηρίζεται **θερμοδυναμικό**.

Για να περιγραφεί ένα θερμοδυναμικό σύστημα χρειάζεται να γνωρίζουμε κάποια στοιχεία του. Π.χ. για να περιγράψουμε την κατάσταση συγκεκριμένης ποσότητας αερίου αρκούν δύο εκ των μεταβλητών: **όγκος, πίεση, θερμοκρασία**.

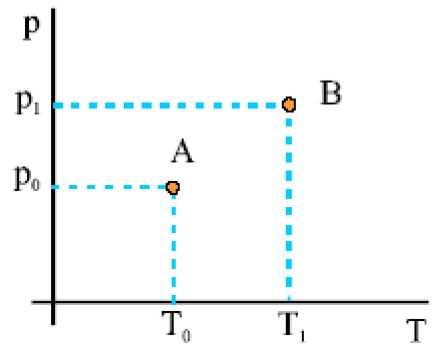
→ Οι δύο ποσότητες που είναι ικανές για την περιγραφή της κατάστασης ορισμένης ποσότητας αερίου αποτελούν τις **ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος**.

→ Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε **κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας** – ή απλά ισορροπίας – όταν η πίεση (p), η πυκνότητα (ρ) και η θερμοκρασία του (T) έχουν την ίδια τιμή σε όλη την έκταση του αερίου.



Το αέριο βρίσκεται σε **κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας** στα **α** και **γ**.

→ Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός συστήματος μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο. Ένα σύστημα που δε βρίσκεται σε ισορροπία δεν παριστάνεται γραφικά.



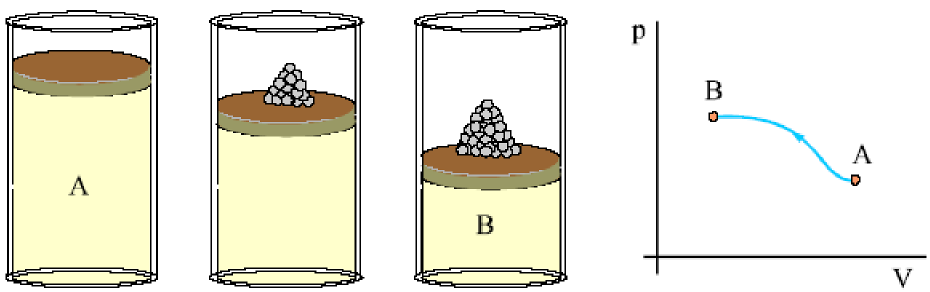
Αντιστρεπτές μεταβολές

→ Αντιστρεπτή ονομάζεται εκείνη η μεταβολή κατά την οποία υπάρχει η δυνατότητα επαναφοράς του συστήματος και του περιβάλλοντος στην αρχική τους κατάσταση.

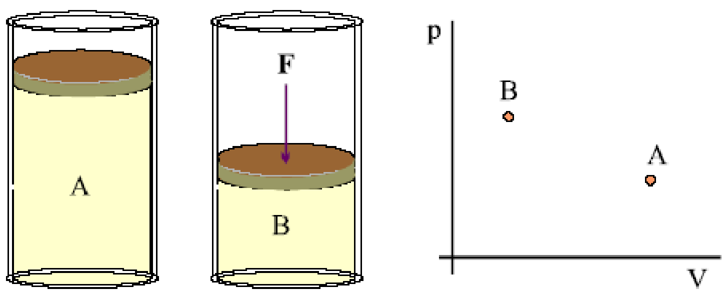
- **<u>Προσοχή:</u> Οι μεταβολές στη φύση δεν είναι αντιστρεπτές**.

→ Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά με μια συνεχή γραμμή. Οι μη αντιστρεπτές μεταβολές δεν μπορούν να παρασταθούν γραφικά.

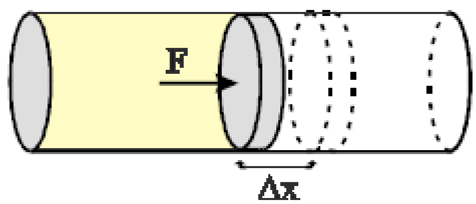
Αντιστρεπτή μεταβολή



Μη αντιστρεπτή μεταβολή



Έργο παραγόμενο από αέριο κατά τη διάρκεια μεταβολών όγκου

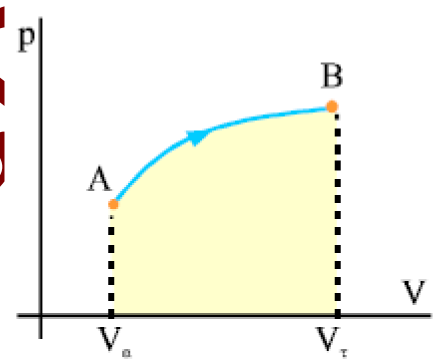


Το αέριο εκτονώνεται και το έμβολο μετατοπίζεται κατά Δx. Η δύναμη F που ασκεί το αέριο στο έμβολο παράγει έργο ΔW.

$$\Delta W = p\,\Delta V$$

<u>Προσοχή:</u> Το έργο είναι θετικό αν το αέριο εκτονώνεται (αυξάνει ο όγκος του) και αρνητικό αν το αέριο συμπιέζεται.

→ Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από την γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V.



Θερμότητα

Αν έρθουν σε επαφή δύο σώματα με διαφορετικές θερμοκρασίες T_1 και T_2 (T_1>T_2), μετά από κάποιο χρόνο θα αποκτήσουν ίδια θερμοκρασία T, μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 και T_2 (T_1>T>T_2).

→ Η ενέργεια που μεταφέρεται λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας δύο σωμάτων ονομάζεται θερμότητα και συμβολίζεται με Q.

- Η θερμότητα στο SI μετριέται σε Joule.
- Συνηθισμένη μονάδα της θερμότητας είναι η θερμίδα (cal). 1 cal=4,186 J.

<u>Προσοχή:</u> Η θερμότητα δεν πρέπει να συγχέεται με τη θερμοκρασία. Η θερμότητα είναι ενέργεια ενώ η θερμοκρασία είναι το μέγεθος που επινοήσαμε για να μετράμε αντικειμενικά πόσο ζεστό ή κρύο είναι ένα σώμα.

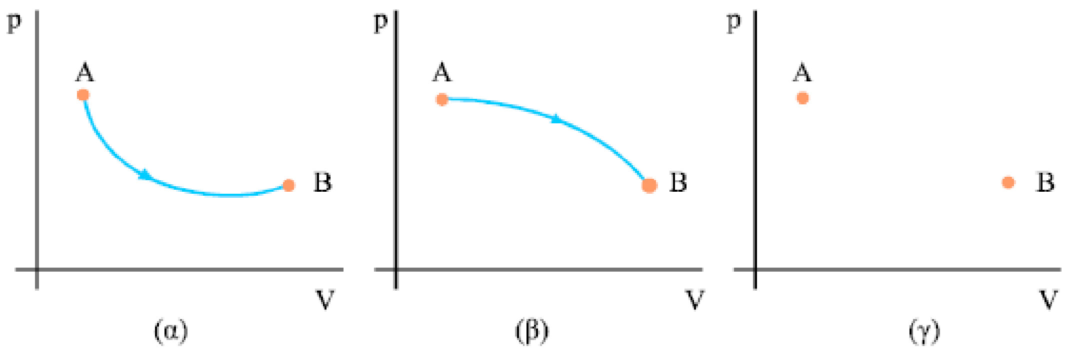
Εσωτερική ενέργεια

→ Κάθε σώμα εμπεριέχει ενέργεια, που είναι το άθροισμα των ενεργειών των σωματιδίων που το απαρτίζουν, ως αποτέλεσμα της σχετικής τους κίνησης ως προς το κέντρο μάζας του σώματος και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Αυτή την ενέργεια την ονομάζουμε εσωτερική ενέργεια.

→ Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του.

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

➢ Προσοχή: Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή.



✓ **Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος είναι ίδια σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις.**

Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

Το ποσό της θερμότητας που προσφέρεται σε ένα αέριο, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου και το έργο που παράγει το αέριο συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση:

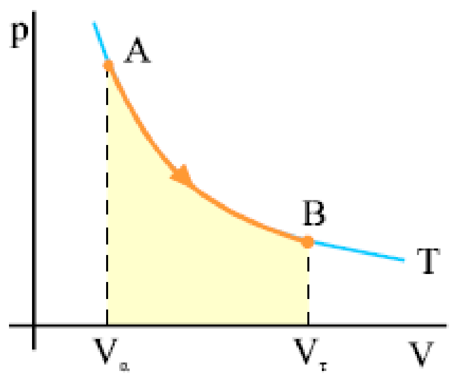
$$Q = \Delta U + W$$

→ Το ποσό θερμότητας (Q) που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας και του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα.

✓ Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος είναι η εφαρμογή της **αρχής διατήρησης της ενέργειας** στη θερμοδυναμική.

Εφαρμογή του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου σε ειδικές περιπτώσεις

1. **Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή**



Το παραπάνω διάγραμμα παριστάνει την ισόθερμη εκτόνωση ενός αερίου από την αρχική κατάσταση A στην τελική κατάσταση B.

Το εμβαδόν κάτω από την γραμμή του διαγράμματος είναι ίσο με το έργο που παράγει το αέριο και αποδεικνύεται ότι:

$$W = nRT \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}$$

→ Επειδή η θερμοκρασία του αερίου δεν μεταβάλλεται, είναι $U_A=U_B$ και επομένως ΔU=0, με αποτέλεσμα ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος, στην ισόθερμη μεταβολή, να έχει τη μορφή:

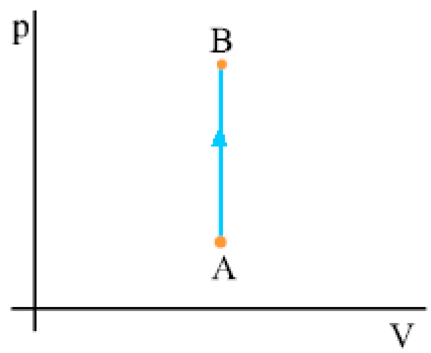
$$Q = W$$

ή

$$Q = nRT \ln\frac{V_\tau}{V_\alpha}$$

→ Στην ισόθερμη εκτόνωση όλο το ποσό της θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο.

2. **Ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή**



Το παραπάνω διάγραμμα παριστάνει την ισόχωρη μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β.

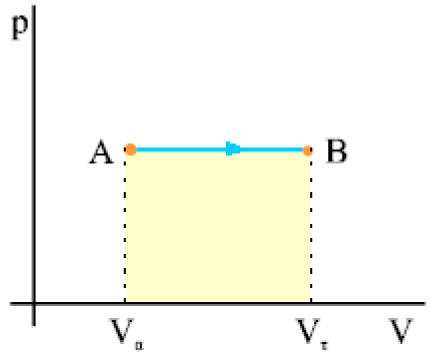
Από το σχήμα φαίνεται ότι το έργο του αερίου είναι μηδέν.

Έτσι από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$Q = \Delta U$$

→ Στην ισόχωρη θέρμανση όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο χρησιμοποιήθηκε για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας.

3. **Ισοβαρής αντιστρεπτή μεταβολή**



Το παραπάνω διάγραμμα παριστάνει την ισοβαρή μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β.

Το εμβαδόν κάτω από την γραμμή του διαγράμματος δίνει το έργο του αερίου και αποδεικνύεται ότι:

$$W = p(V_\tau - V_\alpha)$$

ή

$$W = nR(T_\tau - T_\alpha)$$

→ Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος παίρνει τη μορφή:

$$Q = \Delta U + p(V_\tau - V_\alpha)$$

→ Στην ισοβαρή θέρμανση ένα μέρος από το ποσό της θερμότητας που απορρόφησε το αέριο από το περιβάλλον χρησιμοποιήθηκε για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας και το υπόλοιπο αποδόθηκε εκ νέου στο περιβάλλον με τη μορφή έργου.

4. **Αδιαβατική μεταβολή**

→ Αδιαβατική ονομάζουμε τη μεταβολή κατά την οποία δε συντελείται μεταφορά θερμότητας από το περιβάλλον προς το σύστημα ή αντίστροφα.

Ο νόμος που διέπει αυτή τη μεταβολή είναι ο νόμος του Poisson:

$$pV^{\gamma} = \sigma\tau\alpha\theta.$$

όπου γ ένας καθαρός αριθμός (>1) που εξαρτάται από την ατομικότητα του αερίου και από το είδος των δεσμών που συγκρατούν τα άτομα στο μόριο.

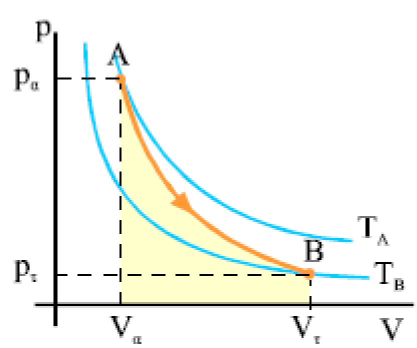
→ Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο και με δεδομένο ότι Q=0 προκύπτει ότι:

$$0 = \Delta U + W$$

ή

$$W = -\Delta U$$

→ Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο είναι ίσο με το αντίθετο της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας.



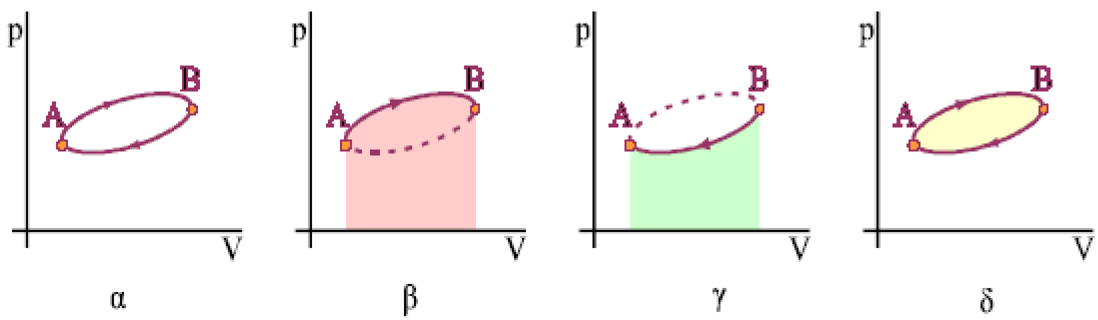
Το παραπάνω διάγραμμα παριστάνει ένα αέριο που εκτονώνεται αδιαβατικά από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β.

Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}$$

5. **Κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή**

→ Κυκλική ονομάζουμε μια μεταβολή στην οποία το σύστημα μετά από μια διεργασία επιστρέφει στην ίδια κατάσταση.



Το ολικό έργο σε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος στη γραφική παράσταση p-V.

→ Επειδή το αέριο επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση, η μεταβολή στην εσωτερική του ενέργεια είναι μηδέν (ΔU=0).

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο στην κυκλική μεταβολή έχουμε:

$$Q = W$$

→ Στην κυκλική μεταβολή η θερμότητα που απορροφά ή αποδίδει το αέριο ισούται με το έργο που παράγει ή δαπανά.

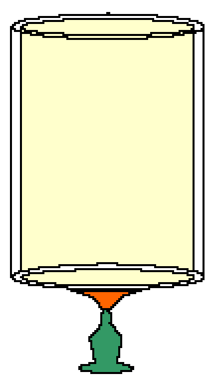
Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες αερίων

→ Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα C, στο SI, μετριέται σε J/mol·K και εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε 1 mol του σώματος για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό.

Αποδεικνύεται ότι:

$$Q = n\,C\,\Delta T$$

- Θέρμανση αερίου με σταθερό όγκο



Αν Q_V το ποσό της θερμότητας που απορροφά το αέριο και C_V η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα κατά την ισόχωρη αυτή θέρμανση, τότε έχουμε:

$$Q_V = nC_V\Delta T$$

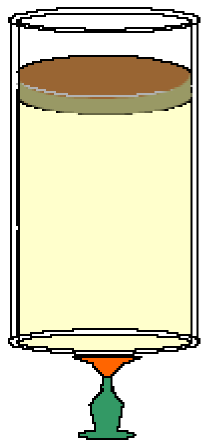
Αφού ο όγκος δεν μεταβάλλεται το έργο του αερίου είναι μηδέν και επομένως:

$$Q_V = \Delta U$$

Άρα προκύπτει ότι:

$$\Delta U = n\,C_V\,\Delta T$$

- Θέρμανση αερίου με σταθερή πίεση



Αν Q_p η θερμότητα και C_p η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα του αερίου στην ισοβαρή θέρμανση, τότε έχουμε:

$$Q_p = n\,C_p\,\Delta T$$

Το έργο που παράγει το αέριο είναι:

$$W = p\,\Delta V$$

ή

$$W = n\,R\,\Delta T$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$n\,C_p\,\Delta T = n\,C_V\,\Delta T + n\,R\,\Delta T$$

ή

$$C_p = C_V + R$$

- ✓ Η τελευταία σχέση δείχνει ότι $C_p > C_V$.

→ Οι τιμές των C_p και C_V

Αποδεικνύεται ότι:

$$C_V = \frac{3}{2}R = 12{,}47 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

και

$$C_p = \frac{5}{2}R = 20{,}78 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

→ Η ποσότητα γ που συναντήσαμε στον νόμο της αδιαβατικής μεταβολής είναι ο λόγος των δύο γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

→ Το γ είναι καθαρός αριθμός (>1) και στα ιδανικά αέρια σύμφωνα με τις προηγούμενες σχέσεις έχει τιμή γ=5/3.

- ✓ <u>Προσοχή:</u> Για τα πραγματικά αέρια η τιμή του γ εξαρτάται από την ατομικότητα του αερίου και από το είδος των δεσμών που συγκρατούν τα άτομα στο μόριο.

→ Η θεωρητική πρόβλεψη για τα C_p και C_V με βάση το ιδανικό αέριο, συμφωνεί απόλυτα με τα πειραματικά δεδομένα αν πρόκειται για μονοατομικό αέριο, ενώ αποκλίνει αισθητά για τα διατομικά και πολυατομικά αέρια.

<u>Ασκήσεις:</u>

1. Να βρείτε τη μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια μιας ποσότητας ιδανικού αερίου στις παρακάτω περιπτώσεις:

Α. Το αέριο απορροφά θερμότητα 1000 J και παράγει έργο 300 J.

Β. Το αέριο απορροφά θερμότητα 1500 J και του προσφέρεται έργο 500 J.

Γ. Αφαιρούμε από το αέριο θερμότητα 4000 J με σταθερό όγκο.

<u>Απ.</u> Α. $\Delta U=700$ J, Β. $\Delta U=2000$ J, Γ. $\Delta U=-4000$ J

2. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται ισόθερμα από την κατάσταση Α με $p_A=6\cdot10^5$ N/m^2 και $V_A=2$ m^3 στην κατάσταση Β με $p_B=3\cdot10^5$ N/m^2. Να βρείτε:

Α. τον όγκο V_B.

Β. τη θερμότητα Q που απορρόφησε το αέριο.

<u>Απ.</u> Α. $V_B=4$ m^3, Β. $12\cdot10^5\ln2$ J

3. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υφίσταται ισόχωρη ψύξη, στη διάρκεια της οποίας η εσωτερική ενέργεια του αερίου μειώθηκε κατά 350 J. Να βρείτε:

Α. το έργο του αερίου.

Β. το ποσό θερμότητας που απέβαλλε το αέριο στο περιβάλλον.

<u>Απ.</u> Α. $W=0$ J, Β. $Q=-350$ J

4. Μια ποσότητα ενός ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α με πίεση $p_A=2\cdot10^5$ N/m^2. Στη συνέχεια το αέριο μεταβαίνει αντιστρεπτά στην κατάσταση Β με $p_B=10^5$ N/m^2 και για κάθε σημείο της μεταβολής ισχύει η σχέση pV=3 J.

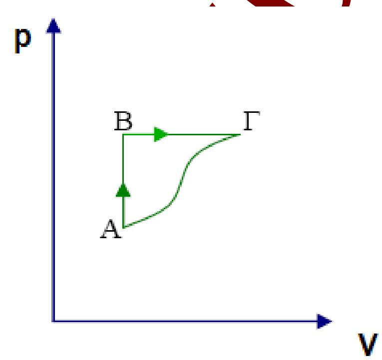
Α. Να παραστήσετε τη μεταβολή του αερίου σε διάγραμμα p-V.

Β. Να βρείτε την εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση Β.

Γ. Να βρείτε τη θερμότητα Q που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΒ.

<u>Απ.</u> Β. $U_B= U_A=4.5$ J, Γ. Q=3ln2 J

5. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ που απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Α. Αν $Q_{ΑΒΓ}=30$ J και $W_{ΒΓ}=20$ J, να βρείτε τη διαφορά $U_Γ-U_Α$.

Β. Αν κατά τη μεταβολή ΓΑ το αέριο δίνει στο περιβάλλον ενέργεια με τη μορφή της θερμότητας ίση με 20 J, να βρείτε το έργο $W_{ΓΑ}$.

<u>Απ.</u> Α. $U_Γ-U_Α=10$ J, Β. $W_{ΓΑ}=-10$ J

6. Κατά την ισοβαρή εκτόνωση ΑΒ μιας ποσότητας ιδανικού αερίου έχουμε αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας κατά ΔU=6000 J. Για τη μεταβολή ΑΒ να βρείτε το έργο W που παράγει το αέριο και τη θερμότητα Q που αυτό απορροφά.

Απ. W=4.000 J, Q=10.000 J

7. Ποσότητα ενός ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α, με πίεση $p_o=5\cdot10^4$ N/m^2, όγκο V_o= 1 L και θερμοκρασία T_o, και εκτελεί την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ, όπου:

ΑΒ: ισοβαρής εκτόνωση μέχρι όγκο $V_B= 2V_o$,

ΒΓ: ισόθερμη εκτόνωση μέχρι πίεση $p_Γ= p_o/2$,

ΓΔ: ισοβαρής συμπίεση μέχρι όγκο $V_Δ= V_o$ και

ΔΑ: ισόχωρη θέρμανση.

Αφού απεικονίσετε την κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα p-V, να υπολογίσετε το ολικό έργο του αερίου στη μεταβολή αυτή.

Δίνεται: ln2=0.7

Απ. $W_{ολ}$=45 J

8. Μια ποσότητα ενός ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο V_A=2 L σε θερμοκρασία T_A=200 K και πίεση $p_A=8\cdot10^5$ N/m^2. Το αέριο εκτελεί κυκλική μεταβολή, η οποία αποτελείται από τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: ισοβαρής εκτόνωση μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει T_B=600 K.

ΒΓ: ισόθερμη εκτόνωση μέχρι η πίεσή του να γίνει $p_Γ=2\cdot10^5$ N/m^2.

ΓΔ: ισοβαρής συμπίεση μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει $T_Δ$=200 K.

ΔΑ: ισόθερμη συμπίεση μέχρι η πίεσή του να γίνει η αρχική (p_A).

Αφού σχεδιάσετε τις παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα p-V, να βρείτε το έργο σε κάθε μεταβολή και το συνολικό έργο στην κυκλική μεταβολή.

<u>Απ.</u> W_{AB}=3200 J, $W_{BΓ}$=4800ln4 J, $W_{ΓΔ}$=-3200 J, $W_{ΔA}$=-1600ln4 J, $W_{ολ}$=3200ln4 J

9. Μια ποσότητα ενός ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α με όγκο V_A=0.2 m^3, θερμοκρασία T_A=320 K και πίεση p_A. Το αέριο εκτονώνεται αντιστρεπτά μέχρι την κατάσταση Β, όπου V_B=0.5 m^3. Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ ισχύει η σχέση:

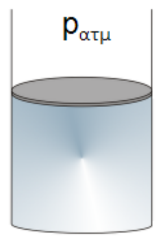
$$p=(3.5 - 5V)\cdot10^5 \quad \text{(S.I.)}$$

Α. Να παραστήσετε τη μεταβολή ΑΒ σε διάγραμμα p-V.

Β. Να βρείτε τη μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια του αερίου και τη θερμότητα που απορρόφησε το αέριο στη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ.

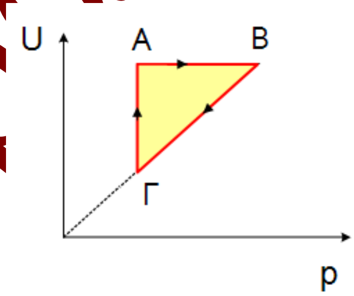
<u>Απ.</u> Β. W=52.500 J, Q= W=52.500 J

10. Κυλινδρικό δοχείο έχει τον άξονά του κατακόρυφο και κλείνεται με έμβολο βάρους w=20 N και εμβαδού $S=10^{-3}$ m^2, έτσι ώστε ο αέρας που είναι εγκλωβισμένος μέσα στο δοχείο, τον οποίο θεωρούμε ιδανικό αέριο, να έχει όγκο V=10 L. Θερμαίνουμε το δοχείο και η θερμοκρασία του αέρα αυξάνεται από $\theta=27\ ^oC$ σε $\theta'=37\ ^oC$. Αν η θέρμανση γίνεται πολύ αργά και αγνοήσουμε τις τριβές, ώστε η μεταβολή να είναι αντιστρεπτή να υπολογίσετε το έργο που παράγεται από το αέριο. Δίνεται: $p_{ατμ}= 10^5\ N/m^2$.



<u>Απ.</u> W=40 J

11. Στο παρακάτω διάγραμμα U-p παριστάνεται η κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ μιας ποσότητας ιδανικού αερίου. Αν $p_Α=p_Γ=4\cdot10^5\ N/m^2$, $U_Α=U_Β=12\cdot10^5$ J και $U_Γ=3\cdot10^5$ J τότε:



Α. Να απεικονίσετε τη μεταβολή ΑΒΓΑ σε διάγραμμα p-V.

Β. Να βρείτε τα $W_{ΑΒ}$, $W_{ΓΑ}$, και $Q_{ΑΒΓ}$.

<u>Απ.</u> Β. $W_{ΑΒ}=-16\cdot10^5 \ln2$ J, $W_{ΓΑ}=6\cdot10^5$ J, $Q_{ΑΒΓ}=-10^5(16\ln2+9)$ J

12. Σε μια ποσότητα ιδανικού αερίου προσφέρεται θερμότητα Q=2000 J και το αέριο εκτονώνεται με σταθερή πίεση $p_1=2\cdot 10^5$ N/m^2. Να βρείτε τη μεταβολή ΔV του όγκου του αερίου. Δίνεται ότι: $C_p = \frac{5}{2}R$.

<u>Απ.</u> ΔV=4 L

13. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A=10^{-3}$ m^3 σε πίεση $p_A=10^6$ N/m^2. Θερμαινόμενο το αέριο διαστέλλεται με σταθερή πίεση σε όγκο $V_B=4\cdot 10^{-3}$ m^3. Να βρείτε το έργο W, τη θερμότητα Q και τη μεταβολή ΔU της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή αυτή.

Δίνεται ότι: $C_p = \frac{5}{2}R$.

<u>Απ.</u> W=3000 J, Q=7500 J, ΔU=4500 J

14. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ, η οποία αποτελείται από τις ακόλουθες μεταβολές: ΑΒ: ισόχωρη θέρμανση, ΒΓ: ισόθερμη εκτόνωση, ΓΑ: ισοβαρής συμπίεση. Να παραστήσετε την κυκλική αυτή μεταβολή σε διάγραμμα p-V και να βρείτε τη θερμότητα $Q_{ΒΓ}$, αν γνωρίζετε ότι $W_{ολ}$=250 J και $Q_{ΑΒ}$=300 J. Δίνεται ότι: $\frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$.

<u>Υπόδειξη:</u> Στην ισοβαρή μεταβολή ισχύουν τα παρακάτω:

$$\frac{Q}{\Delta U} = \frac{C_p}{C_V}, \ \frac{W}{\Delta U} = \frac{C_p - C_V}{C_V}, \ \frac{Q}{W} = \frac{C_p}{C_p - C_V}$$

<u>Απ.</u> $Q_{ΒΓ}$=450 J

15. Ποσότητα ιδανικού αερίου ίση με 1 mol μεταβαίνει από την κατάσταση $A(p_o,V_o)$ στην κατάσταση $B(2p_o,2V_o)$ με δύο τρόπους.

Α. Με μια ισόθερμη και με μια ισοβαρή μεταβολή.

Β. Με μια ισόθερμη και με μια ισόχωρη μεταβολή.

Να βρείτε σε συνάρτηση με τα p_o και V_o τη θερμότητα Q και το έργο W σε κάθε περίπτωση.

Δίνεται: $C_V = \frac{3}{2}R$ και ln2=0.7

Απ. Α. $W_{ΑΓΒ}=2.3p_oV_o$, $Q_{ΑΓΒ}=6.8p_oV_o$, Β. $W_{ΑΔΒ}=0.7p_oV_o$, $Q_{ΑΔΒ}=5.2p_oV_o$

16. Μια ποσότητα $n=\frac{10}{R}$ mol ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A=2\cdot10^{-2}$ m^3 σε πίεση $p_A=2\cdot10^5$ N/m^2. Το αέριο εκτονώνεται με σταθερή πίεση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_B=4\cdot10^{-2}$ m^3 και στη συνέχεια εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι η πίεσή του να γίνει $p_Γ=\frac{1}{16}\cdot10^5$ N/m^2. Αν για το αέριο αυτό είναι γ=5/3, τότε να βρείτε την τελική θερμοκρασία του.

Απ. $T_Γ=200$ K

17. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α, όπου έχει πίεση $p_A=2\cdot10^5$ N/m^2, όγκο $V_A=2$ m^3 και θερμοκρασία $T_A=400$ K.

Το αέριο υφίσταται τις εξής διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: ισόχωρη θέρμανση μέχρι πίεση $p_B=6\cdot10^5$ N/m^2.

ΒΓ: μεταβολή μέχρι όγκο $V_Γ=6$ m^3 τέτοια, ώστε το τμήμα ΒΓ στο διάγραμμα p-V να είναι ευθύγραμμο.

ΓΑ: ισοβαρή συμπίεση.

Στη μεταβολή ΑΒ προσφέρουμε στο αέριο θερμότητα ίση με $2\cdot10^6$ J, ενώ στη μεταβολή ΓΑ το αέριο αποδίδει στο περιβάλλον θερμότητα ίση με $2.8\cdot10^6$ J.

Α. Να απεικονίσετε την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ σε διάγραμμα p-V.

Β. Να βρείτε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου σε κάθε μεταβολή.

Γ. Να βρείτε τη θερμότητα που ανταλλάσει το αέριο με το περιβάλλον στη μεταβολή ΒΓ.

Δ. Ποια είναι η μέγιστη θερμοκρασία του αερίου στην κυκλική μεταβολή;

<u>Απ.</u> Β. $ΔU_{ΑΒ}=2\cdot10^6$ J, $ΔU_{ΒΓ}=0$, $ΔU_{ΓΑ}=-2\cdot10^6$ J, Γ. $Q_{ΒΓ}=16\cdot10^5$ J,

Δ. $T_{max}=1600$ K

18. Σε μια αδιαβατική αντιστρεπτή εκτόνωση ΑΒ μιας ποσότητας ιδανικού αερίου η ενεργός ταχύτητα των μορίων υποδιπλασιάζεται. Αν $\frac{C_p}{C_V}=\frac{7}{5}$, τότε να αποδείξετε ότι ισχύει: $V_B=32V_A$.

19. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α, όπου έχει όγκο $V_Α=50$ L, πίεση $p_Α=10^5$ N/m^2 και θερμοκρασία $T_Α=500$ K. Το αέριο υφίσταται την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ, όπου:

ΑΒ: αδιαβατική εκτόνωση με $V_Β=150$ L και $p_Β=3\cdot10^4$ N/m^2,

ΒΓ: ισόθερμη συμπίεση με $V_Γ=50$ L και

ΓΑ: ισόχωρη θέρμανση.

Να υπολογίσετε:

Α. Την εσωτερική ενέργεια του αερίου στις καταστάσεις Α και Β.

Β. Τη θερμότητα που ανταλλάσει το αέριο με το περιβάλλον σε κάθε μεταβολή.

Δίνεται: $C_V=\frac{3}{2}R$.

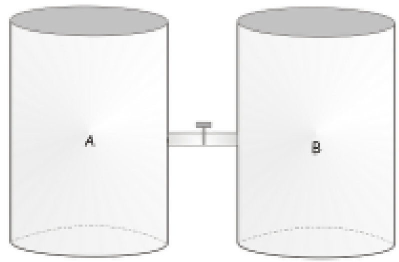
Απ. Α. $U_Α=7500$ J, $U_Β=6750$ J, Β. $Q_{ΑΒ}=0$, $Q_{ΒΓ}=-4500\ln3$ J, $Q_{ΓΑ}=750$ J

20. Ένα δοχείο με αδιαβατικά και ανένδοτα τοιχώματα χωρίζεται με λεπτό μονωτικό διάφραγμα σε δύο άνισα μέρη 1 και 2. Τα δύο μέρη περιέχουν n_1 και n_2 moles ιδανικού αερίου σε θερμοκρασίες T_1 και T_2 αντίστοιχα. Αν ανασύρουμε το διάφραγμα, να βρείτε την τελική θερμοκρασία T του αερίου.

Υπόδειξη: Για τη λύση της άσκησης, να θεωρήσετε ως σύστημα ολόκληρη την ποσότητα του αερίου μέσα στο δοχείο. Για το σύστημα αυτό είναι: Q=0 (αδιαβατικά τοιχώματα), W=0 (ανένδοτα τοιχώματα) και άρα ΔU=0.

Απ. $T=\frac{n_1T_1+n_2T_2}{n_1+n_2}$

21. Τα δοχεία Α και Β του παρακάτω σχήματος έχουν ανένδοτα και αδιαβατικά τοιχώματα και η στρόφιγγα είναι αρχικά κλειστή.



Το δοχείο Α περιέχει N_1 μόρια ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T_1, ενώ το δοχείο Β περιέχει N_2 μόρια του ίδιου αερίου σε θερμοκρασία T_2. Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα, να βρείτε την τελική θερμοκρασία Τ του αερίου.

<u>Απ.</u> $T = \frac{N_1T_1 + N_2T_2}{N_1 + N_2}$

22. Ποσότητα ιδανικού αερίου υφίσταται την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 και T_2, όπου $T_1=4T_2$. Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, η ΒΓ ισοβαρής και η ΓΑ αδιαβατική. Αν για το αέριο είναι γ=5/3, τότε να βρείτε τους λόγους: $\frac{W_{AB}}{W_{\Gamma A}}$ και $\frac{W_{\Gamma A}}{W_{B\Gamma}}$.

<u>Απ.</u> $\frac{W_{AB}}{W_{\Gamma A}} = -\frac{40\ln 2}{9}$, $\frac{W_{\Gamma A}}{W_{B\Gamma}} = \frac{3}{2}$

Θερμικές μηχανές

→ Θερμικές μηχανές ονμάζουμε τις διατάξεις που μετατρέπουν τη θερμότητα σε μηχανικό έργο.

Σχηματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η θερμική μηχανή είναι μια διάταξη που υποβάλλει ένα ΄μέσον΄ σε μια μεταβολή.

Επειδή η μηχανή μετατρέπει συνεχώς τη θερμότητα σε έργο πρέπει η μεταβολή στην οποία υποβάλλεται το μέσον να είναι κυκλική, ώστε, όταν ολοκληρωθεί η μεταβολή, η μηχανή να επιστρέψει στην αρχική της κατάσταση και να επαναλάβει την ίδια διαδικασία ξανά και ξανά.

→ Κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής του μέσου, η μηχανή

- 1. Απορροφά θερμότητα (Q_h) από μια δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_h.
- 2. Παράγει έργο.
- 3. Αποβάλλει θερμότητα (Q_c) σε μια δεξαμενή χαμηλότερης θερμοκρασίας T_c.

→ Ο συντελεστής απόδοσης (e) οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει.

$$e = \frac{W}{Q_h}$$

ή

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$$

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος

- 1η διατύπωση του 2ου θερμοδυναμικού νόμου

→ Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο.

- 2η διατύπωση του 2ου θερμοδυναμικού νόμου

→ Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σε ένα θερμότερο χωρίς να δαπανάται ενέργεια για τη λειτουργία της.

Η μηχανή του Carnot

→ Δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή που να έχει μεγαλύτερη απόδοση από μια μηχανή Carnot η οποία λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.

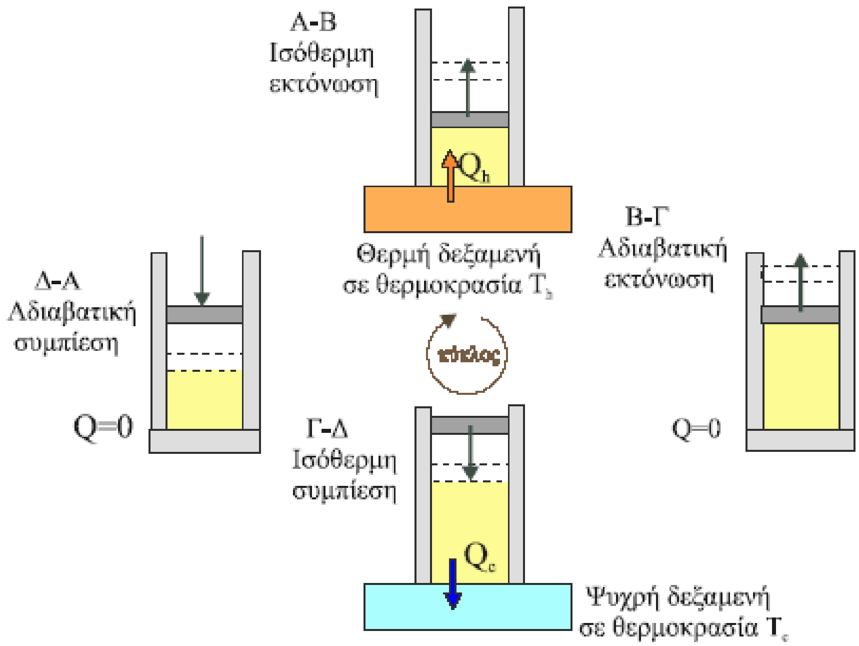
Ο κύκλος Carnot αποτελείται από τέσσερις μεταβολές.

1. Κατά τη μεταβολή Α→Β, το αέριο βρίσκεται σε επαφή με τη θερμή δεξαμενή και εκτονώνεται ισόθερμα σε θερμοκρασία T_h, απορροφώντας θερμότητα Q_h.

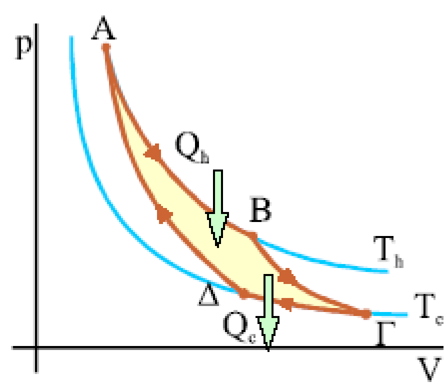
2. Κατά τη μεταβολή Β→Γ, το αέριο είναι θερμικά μονωμένο και εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι η θερμοκρασία του να πάρει την τιμή T_c.

3. Κατά τη μεταβολή Γ→Δ, το αέριο βρίσκεται σε επαφή με τη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας T_c και συμπιέζεται ισόθερμα σε θερμοκρασία T_c, αποβάλλοντας θερμότητα Q_c.

4. Κατά τη μεταβολή Δ→Α, το αέριο είναι θερμικά μονωμένο και συμπιέζεται αδιαβατικά ώστε να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.



Διάγραμμα p-V για τον κύκλο Carnot



→ Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής του Carnot είναι:

$$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

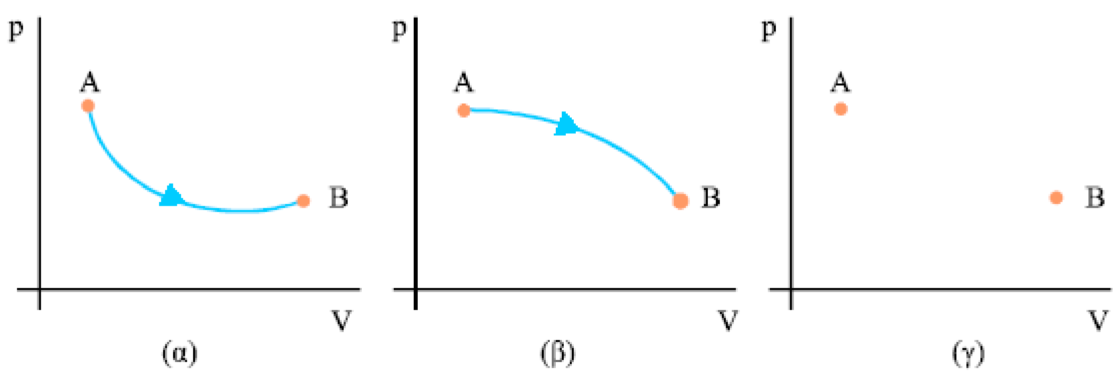
Εντροπία

→ Η εντροπία εισήχθη από τον Clausius, ο οποίος όρισε τη μεταβολή της εντροπίας (ΔS) συστήματος κατά τη διάρκεια μιας πολύ μικρής αντιστρεπτής μεταβολής, τόσο μικρής ώστε η θερμοκρασία του συστήματος να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, ως το πηλίκο του ποσού θερμότητας ΔQ που απορρόφησε ή απέβαλε το σύστημα προς τη θερμοκρασία του συστήματος.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

- Μονάδα της εντροπίας στο SI είναι το 1J/K.

→ Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική του κατάσταση και όχι από το πως πραγματοποιήθηκε η μεταβολή.



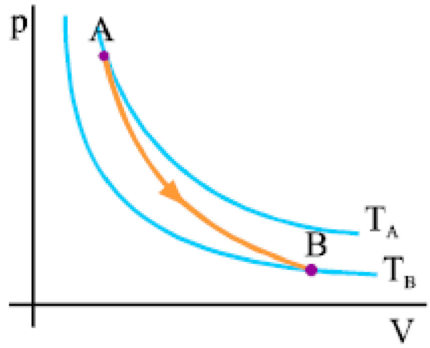
- ✓ Η μεταβολή της εντροπίας του παραπάνω συστήματος, είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.

→ Κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε μεταβολής ενός απομονωμένου συστήματος η εντροπία πάντοτε αυξάνεται.

→ Η αύξηση της εντροπίας ενός συστήματος οδηγεί στην ελάττωση της ικανότητας του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο.

Υπολογισμός της μεταβολής της εντροπίας σε μερικές περιπτώσεις

1. **Αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή**



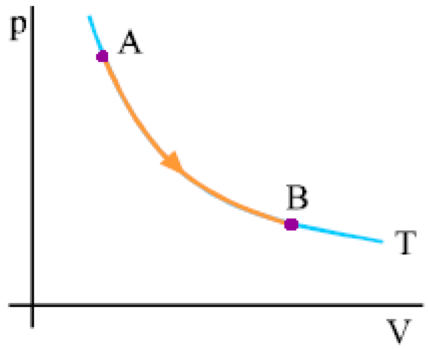
Ένα αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β. Η εντροπία του παραμένει σταθερή.

$$\Delta S_{AB} = 0$$

Προσοχή:

→ Στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή η εντροπία δεν μεταβάλλεται.

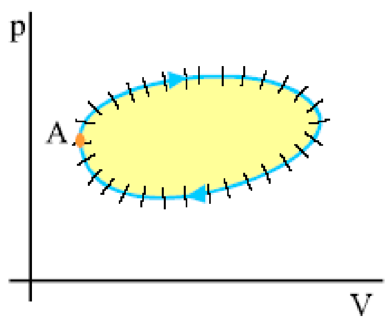
2. **Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή**



Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β. Η εντροπία του αερίου αυξάνεται.

$$\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$$

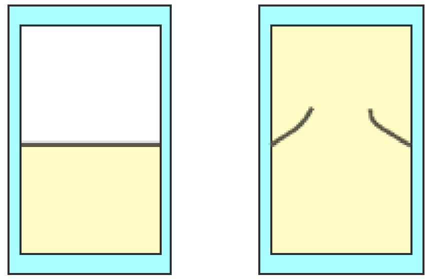
3. **Κυκλική μεταβολή**



→ Η εντροπία του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

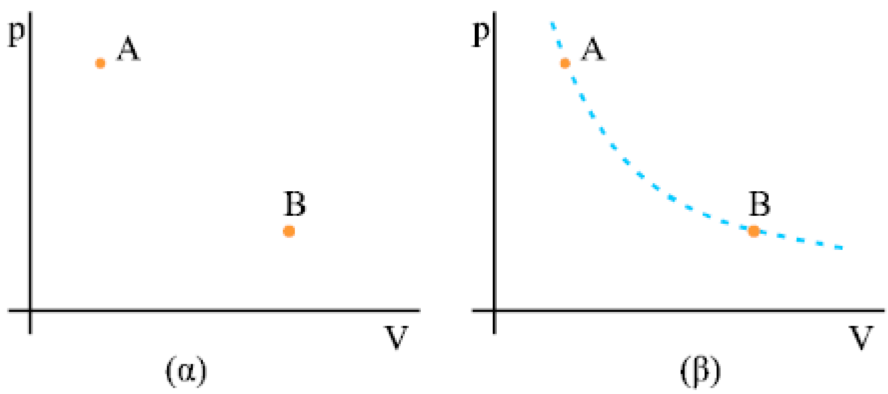
$$\Delta S_{o\lambda} = 0$$

4. **Ελεύθερη εκτόνωση**



Ελεύθερη εκτόνωση αερίου. Όταν διαρραγεί η μεμβράνη η οποία περιορίζει το αέριο, το αέριο εκτονώνεται ελεύθερα με μη αντιστρεπτό τρόπο και καταλαμβάνει όλο τον όγκο του δοχείου.

→ Η μεταβολή κατά την ελεύθερη εκτόνωση είναι μη αντιστρεπτή.



Για να υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας θα εκμεταλλευτούμε το ότι αυτή εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος. Μια αντιστρεπτή διαδικασία που έχει τα ίδια άκρα Α και Β είναι η ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή από την κατάσταση Α στη Β.

$$\Delta S_{AB} = \Delta S_{AB}^{ισοθερμη} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$$

- ✓ Επειδή $V_B>V_A$, η εντροπία του αερίου αυξάνεται ($\Delta S>0$).

Ασκήσεις:

23. Σε μια μηχανή Carnot η θερμή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία T_1=500 K και η ψυχρή σε θερμοκρασία T_2=300 K. Σε κάθε κύκλο η μηχανή απορροφά από τη θερμή δεξαμενή θερμότητα Q_1=6000 J.

Να βρείτε:

Α. Τη θερμότητα που αποβάλλει το αέριο στη διάρκεια ενός κύκλου στην ψυχρή δεξαμενή.

Β. Τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

Γ. την ισχύ της μηχανής σε kW, αν εκτελεί 10 κύκλους το δευτερόλεπτο.

Απ. Α. $|Q_2|$=3600 J, Β. e=0.4, Γ. P=24 kW

24. Έστω ότι μια μηχανή Carnot λειτουργεί αντίστροφα και τη χρησιμοποιούμε για να παίρνουμε θερμότητα από το περιβάλλον (θερμοκρασίας T_1=250 K) και να τη μεταφέρουμε στο εσωτερικό του σπιτιού μας (θερμοκρασίας T_2=300 K).

Πόση ενέργεια πρέπει να δαπανήσουμε, για να μεταφέρουμε στο εσωτερικό του σπιτιού μας θερμότητα 4200 J;

Απ. 700 J

25. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α, όπου έχει πίεση p_o, όγκο V_o και θερμοκρασία T_o. Το αέριο υφίσταται κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ, όπου:

ΑΒ: ισοβαρής εκτόνωση μέχρι τη θερμοκρασία $T_B=4T_o$.

ΒΓ: αδιαβατική εκτόνωση μέχρι την κατάσταση Γ όπου $T_Γ=T_o$ και $V_Γ=32V_o$.

ΓΑ: ισόθερμη συμπίεση.

Α. Να σχεδιάσετε τον κύκλο σε διάγραμμα p-V και να βρείτε τον λόγο $\frac{C_p}{C_V}$ του αερίου.

Β. Να βρείτε τον συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής της οποίας το ιδανικό αέριο εκτελεί τον παραπάνω κύκλο.

Δίνεται: ln2=0.7

<u>Απ.</u> Α. $\frac{C_p}{C_V}=\frac{5}{3}$, Β. $e=1-\frac{2}{3}\ln 2=0.533$

26. Δύο θερμικές μηχανές είναι συνδεδεμένες κατά τέτοιον τρόπο, ώστε το ποσό της θερμότητας που αποδίδει η πρώτη να χρησιμοποιείται για τη λειτουργία της δεύτερης. Ο συντελεστής απόδοσης της πρώτης είναι $e_1=0.4$ ενώ της δεύτερης είναι $e_2=0.2$. Να βρείτε τον συντελεστή απόδοσης του συστήματος των δύο μηχανών.

<u>Απ.</u> $e=0.52$

27. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ, όπου:

ΑΒ: ισόχωρη ψύξη με V_A=2 m^3,

ΒΓ: ισοβαρής ψύξη με $V_Γ$=1 m^3, και

ΓΑ: μεταβολή κατά την οποία ισχύει η σχέση $p = 600 + 400V$ (S.I.). Να βρείτε:

Α. Το έργο που παράγεται στην κυκλική μεταβολή.

Β. Τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

Δίνεται: $C_V = \frac{3}{2}R$.

Απ. Α. W=200 J, Β. $e = \frac{2}{39} = 0.051$

28. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί κυκλική μεταβολή, η οποία αποτελείται από τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: αδιαβατική συμπίεση.

ΒΓ: ισοβαρής εκτόνωση.

ΓΔ: αδιαβατική εκτόνωση.

ΔΑ: ισόχωρη ψύξη.

Να αποδείξετε ότι ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής αυτής δίνεται από τη σχέση:

$$e = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_Δ - T_Α}{T_Γ - T_Β}$$

29. Σε μια μηχανή Carnot η θερμή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία T_1=400 K και η ψυχρή δεξαμενή σε θερμοκρασία T_2=300 K. Αν σε μια κλειστή διαδρομή παράγεται έργο W=100 J, να βρείτε τη μεταβολή της εντροπίας:

Α. της θερμής δεξαμενής.

Β. της ψυχρής δεξαμενής.

Γ. του ιδανικού αερίου της μηχανής.

Απ. Α. ΔS_1=-1 J/K, Β. ΔS_2=1 J/K, Γ. ΔS=0

30. Μια ποσότητα $n=\frac{16}{R}$ mol ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A=10^{-2}$ m^3 σε πίεση $p_A=16\cdot10^5$ N/m^2. Το αέριο εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: ισόθερμη εκτόνωση με $V_B=8\cdot10^{-2}$ m^3.

ΒΓ: ισόχωρη ψύξη.

ΓΑ: αδιαβατική ψύξη.

Να βρείτε:

Α. Το ολικό έργο στην κυκλική μεταβολή.

Β. Τη μεταβολή ΔS της εντροπίας σε κάθε μεταβολή.

Δίνονται: $C_V=\frac{3}{2}R$ και γ=5/3.

Απ. Α. $W_{ολ}=6\cdot10^3(8\ln2-3)$ J, Β. $\Delta S_{AB}=48\ln2$ J, $\Delta S_{ΓA}=0$, $\Delta S_{BΓ}=-48\ln2$ J

31. Μια ποσότητα $n=\frac{2}{R}$ mol ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A=10^{-3}$ m^3 σε πίεση $p_A=6\cdot10^5$ N/m^2. Το αέριο εκτονώνεται μέχρι όγκο $V_B=3\cdot10^{-3}$ m^3 κατά τέτοιον τρόπο, ώστε σε κάθε σημείο της μεταβολής μεταξύ πίεσης και όγκου να ισχύει η σχέση:

$$p=8\cdot10^5 - 2\cdot10^8V \text{ (S.I.)}$$

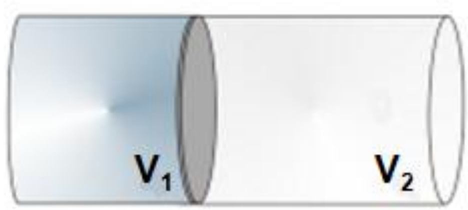
Α. Να αποδείξετε ότι $T_A=T_B$.

Β. Να βρείτε τη μεταβολή ΔS της εντροπίας του αερίου.

Γ. Να βρείτε τη μέγιστη θερμοκρασία που αποκτά το αέριο.

<u>Απ.</u> Β. $\Delta S_{AB}=2\ln3$ J/K, Γ. $T_{max}=400$ K

32. Τα τοιχώματα του δοχείου του παρακάτω σχήματος είναι αδιαβατικά και ανένδοτα. Διάφραγμα Δ χωρίζει το δοχείο σε δύο μέρη με όγκους V_1 και V_2 τέτοιους, ώστε $V_2=3V_1$. Στον όγκο V_1 υπάρχουν $n_1=\frac{2}{R}$ mol ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T, ενώ στον όγκο V_2 υπάρχουν $n_2=\frac{5}{R}$ mol ενός άλλου ιδανικού αερίου στην ίδια θερμοκρασία T. Αν αφαιρέσουμε το διάφραγμα, να βρείτε τη μεταβολή ΔS της εντροπίας του συστήματος.



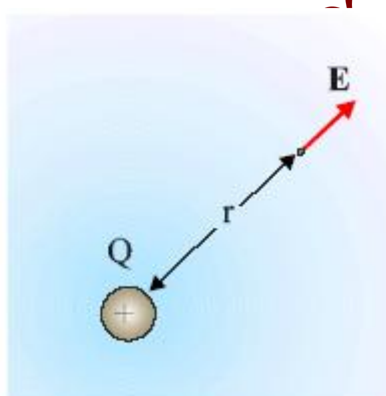
<u>Απ.</u> $\Delta S_{ολ}=(7\ln4-5\ln3)$ J/K

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Πεδίο δυνάμεων

- ✓ Πεδίο (δυνάμεων) είναι η περιοχή του χώρου μέσα στην οποία το κατάλληλο υπόθεμα δέχεται δύναμη.

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου



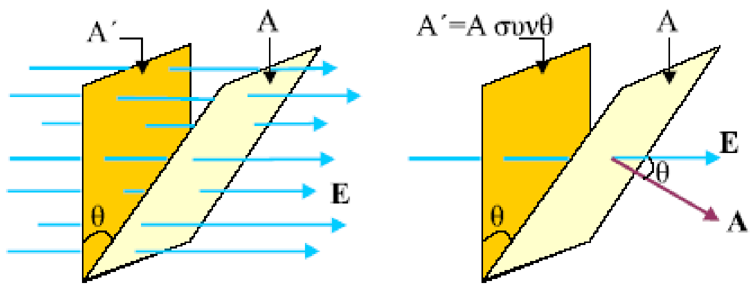
→ Ένα ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q δημιουργεί γύρω του στο χώρο ηλεκτροστατικό πεδίο.

Για την ένταση πεδίου σημειακού φορτίου Q έχουμε:

$$E = K_c \frac{|Q|}{r^2}$$

όπου $K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$.

Ηλεκτρική ροή



→ Από τις επιφάνειες A και A΄ περνάει η ίδια ηλεκτρική ροή αφού από τις δύο επιφάνειες διέρχεται ο ίδιος αριθμός δυναμικών γραμμών.

Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια, εμβαδού A, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E, είναι ίση με

$$\Phi_E = EA\,\sigma\upsilon\nu\vartheta$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζει το κάθετο στη επιφάνεια διάνυσμα A με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών.

- ✓ Η ηλεκτρική ροή στο SI μετριέται σε N m^2/C.

Ο νόμος του Gauss

→ Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια ισούται με το πηλίκο του ολικού φορτίου που περικλείει η επιφάνεια, προς τη σταθερά ε_o.

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$$

Την κλειστή επιφάνεια που επιλέγουμε για να εφαρμόσουμε το νόμο του Gauss θα την ονομάζουμε επιφάνεια Gauss.

Δυναμικό – Διαφορά δυναμικού

→ Ονομάζουμε δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του Α το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης που ασκεί το πεδίο σε φορτίο q, κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο Α στο άπειρο, προς το φορτίο που μετακινείται.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q}$$

- ✓ Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος. Η μονάδα του στο σύστημα SI είναι το 1 Volt (V), που ισοδυναμεί με 1 J/C.

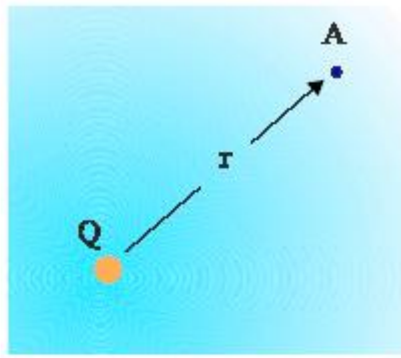
→ Η διαφορά δυναμικού, V_A-V_B ανάμεσα σε δύο σημεία Α και Β του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου q από το σημείο Α στο σημείο Β προς το φορτίο q.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q}$$

- ✓ Αν το φορτίο που μετακινείται είναι το στοιχειώδες φορτίο (e) και η διαφορά δυναμικού που παρουσιάζουν τα σημεία Α και Β είναι 1 V, τότε το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ίσο με 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ):

$$1\ eV = 1{,}6\times10^{-19}\ J$$

→ Δυναμικό πεδίου που οφείλεται σε σημειακό φορτίο



Σημειακό φορτίο Q δημιουργεί στο χώρο ηλεκτρικό πεδίο. Το δυναμικό στο σημείο Α του πεδίου έχει τιμή:

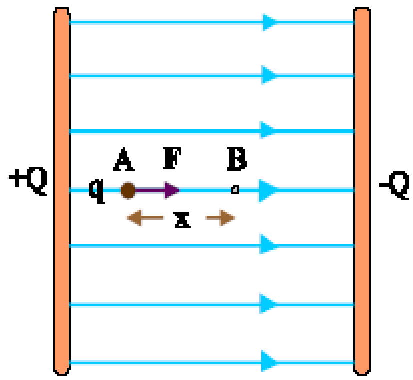
$$V = K_c \frac{Q}{r}$$

Η δυναμική ενέργεια δύο σημειακών φορτίων

→ Στην περίπτωση δύο σημειακών φορτίων q_1 και q_2 που απέχουν απόσταση r η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού στο ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο



Θετικό σημειακό φορτίο q αφήνεται στο σημείο Α ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Το πεδίο ασκεί δύναμη που έχει την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών.

Αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$E = \frac{V_A - V_B}{x}$$

ή

$$E = \frac{V}{x}$$

όπου με V συμβολίσαμε τη διαφορά δυναμικού των σημείων Α και Β.

→ Η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.

Πυκνωτής και χωρητικότητα

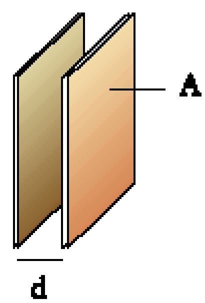
→ Πυκνωτής ονομάζεται σύστημα δύο γειτονικών αγωγών (οπλισμοί), που χωρίζονται μεταξύ τους με κάποιο μονωτικό υλικό. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία +Q και –Q.

→ Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου του (Q) προς την τάση του (V).

$$C = \frac{Q}{V}$$

- ✓ Μονάδα χωρητικότητας είναι το Farad, που συμβολίζεται με το F.

1 F=1 C/V.



Επίπεδος πυκνωτής

→ Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη της επιφάνειας A των οπλισμών και αντίστροφα ανάλογη της απόστασης d μεταξύ των οπλισμών.

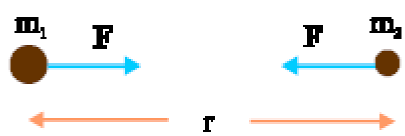
$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$$

Ενέργεια αποθηκευμένη σε φορτισμένο πυκνωτή

Ένας φορτισμένος πυκνωτής έχει δυναμική ενέργεια που U η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

Το βαρυτικό πεδίο



Δύο σώματα με πολύ μικρές διαστάσεις (σημειακές μάζες), που έχουν μάζες m_1 και m_2 και βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, έλκονται με δύναμη που έχει μέτρο:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης:

$$G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$$

- ✓ Η δύναμη αυτή, όπως και η δύναμη Coulomb, είναι διατηρητική και κεντρική.

→ Βαρυτικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο κάθε μάζα δέχεται δύναμη.

→ Ένταση (g) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο της δύναμης (F) που θα δεχτεί μια μάζα (m) αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο, προς τη μάζα αυτή.

$$g = \frac{F}{m}$$

- ✓ Η ένταση έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα της έντασης είναι το 1 N/kg ή 1 m/s^2, δηλαδή μετριέται σε μονάδες επιτάχυνσης.

Στο πεδίο βαρύτητας, η ένταση του πεδίου σε ένα σημείο ταυτίζεται με την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο σε εκείνο το σημείο.

- ✓ Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι **διατηρητικό**.

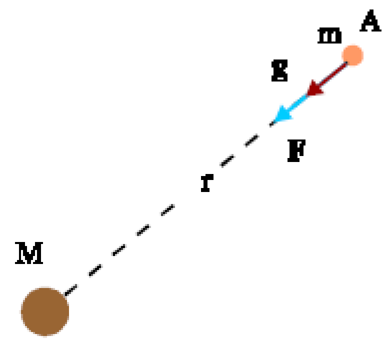
→ Δυναμικό (V) του πεδίου βαρύτητας, σε ένα του σημείο Α, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου, όταν μεταφέρεται μάζα m από το σημείο Α στο άπειρο, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{m}$$

- ✓ Μονάδα δυναμικού του βαρυτικού πεδίου είναι το 1 J/kg.

→ Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β του πεδίου βαρύτητας ονομάζεται το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου, κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{m}$$



Η ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί η σημειακή μάζα Μ στο σημείο Α είναι:

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

→ **Το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου** που δημιουργεί η σημειακή μάζα Μ σε σημείο Α, που απέχει απόσταση r από το υλικό σημείο, έχει τιμή:

$$V_A = -G\frac{M}{r}$$

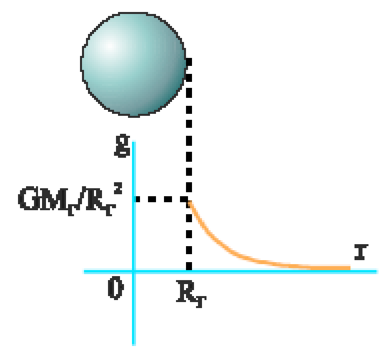
→ **Η δυναμική ενέργεια** συστήματος δύο υλικών σημείων με μάζες m_1, m_2, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να μεταφερθούν οι μάζες από πολύ μακριά και να τοποθετηθούν στις θέσεις τους και είναι:

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Το βαρυτικό πεδίο της γης

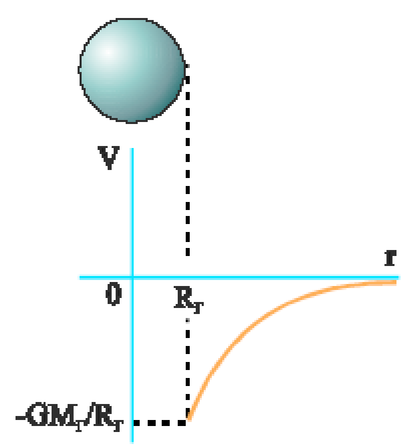
Ένταση

$$g = G\frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$$



Δυναμικό

$$V = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h}$$



Ταχύτητα διαφυγής

Ταχύτητα διαφυγής (υ_δ) είναι η ελάχιστη εκείνη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί ένα αντικείμενο μάζας m, από την επιφάνεια της Γης, έτσι ώστε να διαφύγει οριστικά από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = 11{,}2\, km/s = 40\,320\, km/h$$

Προσοχή:

→ Αν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης τότε η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

<u>Ασκήσεις:</u>

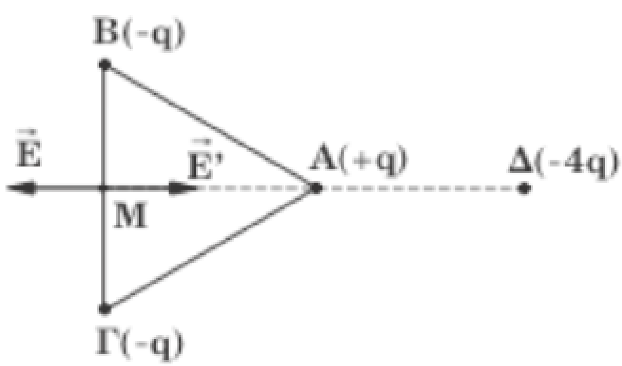
1. Στις κορυφές Α, Β ενός τετραγώνου ΑΒΓΔ πλευράς 30 cm είναι τοποθετημένα τα σημειακά φορτία Q_A=2 μC και Q_B=$2\sqrt{2}$ μC. Να υπολογίσετε το φορτίο που πρέπει να τοποθετηθεί στην κορυφή Γ, ώστε το δυναμικό στην κορυφή Δ να είναι ίσο με μηδέν.

<u>Απ.</u> $Q_Γ$=-4 μC

2. Τρία σημειακά ηλεκτρικά φορτία -q, -q και +q, με q>0 είναι στερεωμένα στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου πλευράς α, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

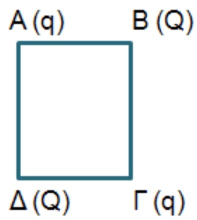
Α. Να βρείτε την ένταση του ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργούν τα τρία φορτία στο μέσον Μ της πλευράς ΒΓ του τριγώνου.

Β. Σε ποιο σημείο πρέπει να βρεθεί ένα σημειακό φορτίο -4q, ώστε η ένταση του νέου ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Μ να είναι μηδενική.



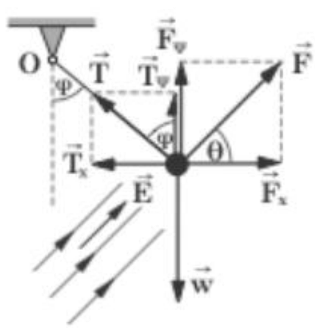
<u>Απ.</u> Α. $E=\frac{4K_C q}{3\alpha^2}$ με φορέα την ευθεία ΑΜ και φορά από το Α προς το Μ, Β. $x=\sqrt{3}\alpha$ (απόσταση από το Μ)

3. Στις κορυφές Α και Γ τετραγώνου ΑΒΓΔ πλευράς α είναι στερεωμένα τα θετικά σημειακά ηλεκτρικά φορτία q. Εάν στις κορυφές Β και Δ του τετραγώνου αφεθούν τα σημειακά ηλεκτρικά φορτία Q, να βρεθεί η σχέση μεταξύ των Q και q, ώστε τα φορτία των κορυφών Β και Δ να ισορροπούν.



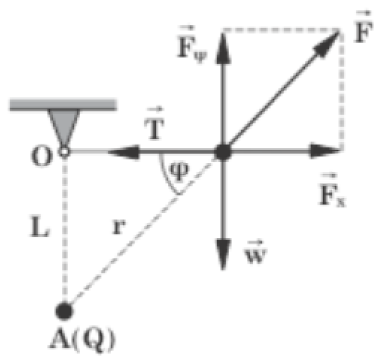
<u>Απ.</u> $Q = -2\sqrt{2}q$, το <-> υποδηλώνει ότι τα φορτία Q, q είναι ετερόσημα.

4. Σφαιρίδιο μάζας m, φέρει θετικό φορτίο q και είναι στερεωμένο στο ένα άκρο μονωτικού νήματος, του οποίου το άλλο άκρο δένεται σε ακλόνητο σημείο Ο. Το σύστημα βρίσκεται σε χώρο όπου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, δηλαδή παρουσιάζουν κλίση θ ως προς την οριζόντια διεύθυνση και κατευθύνονται προς τα πάνω. Εάν το σφαιρίδιο ισορροπεί, όταν το νήμα σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη διεύθυνση, να βρείτε την ένταση Ε του πεδίου.



<u>Απ.</u> $E = \dfrac{mg\varepsilon\varphi\phi}{q(\sigma\upsilon\nu\theta + \varepsilon\varphi\phi\eta\mu\theta)}$

5. Μεταλλικό σφαιρίδιο φέρει ηλεκτρικό φορτίο Q και είναι συνδεδεμένο στο ένα άκρο αβαρούς μονωτικού νήματος μήκους L, του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο O. Ακριβώς κάτω από το O και σε απόσταση L από αυτό υπάρχει ακίνητο σημειακό φορτίο Q, ενώ το σφαιρίδιο αφήνεται στη θέση όπου το νήμα είναι οριζόντιο.



Α. Να βρεθεί η μάζα του σφαιριδίου, ώστε αυτό να μείνει ακίνητο στη θέση όπου αφήνεται.

Β. Ποια είναι η τάση του νήματος στη θέση αυτή; Δίνονται η σταθερά K_C και η επιτάχυνση g της βαρύτητας.

<u>Απ.</u> Α. $m = \dfrac{\sqrt{2}K_C Q^2}{4L^2 g}$, Β. $T = \dfrac{\sqrt{2}K_C Q^2}{4L^2}$

6. Ένα λεπτό σύρμα μεγάλου μήκους είναι ομοιόμορφα φορτισμένο. Αν λ η γραμμική πυκνότητα φορτίου, δηλαδή το φορτίο ανά μονάδα μήκους, τότε να βρείτε την ένταση $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το σύρμα σε απόσταση r από αυτό. <u>Υπόδειξη:</u> Να εφαρμόσετε τον νόμο του Gauss.

<u>Απ.</u> $E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_o} \cdot \dfrac{\lambda}{r}$

7. Ένα επίπεδο φύλλο, μεγάλων διαστάσεων, είναι ομοιόμορφα φορτισμένο με επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ, δηλαδή σε κάθε μονάδα επιφάνειας αντιστοιχεί φορτίο σ. Να βρείτε την ένταση $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί η φορτισμένη επιφάνεια.

Υπόδειξη: Να εφαρμόσετε τον νόμο του Gauss.

Απ. $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$

8. Μια σφαίρα, ακτίνας R, από μονωτικό υλικό, φέρει φορτίο Q ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο της. Να υπολογιστεί η ένταση $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί η σφαίρα σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο της.

Υπόδειξη: Να εφαρμόσετε τον νόμο του Gauss.

Απ. $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$ για $r \geq R$, $E = \frac{Q \cdot r}{4\pi\varepsilon_o R^3}$ για $r < R$

9. Στα σημεία Α και Β μιας ευθείας (ε), τα οποία απέχουν απόσταση 15 m μεταξύ τους, βρίσκονται τα σημειακά φορτία +3Q και -12Q αντίστοιχα, όπου Q=+1 μC. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας (ε) όπου το δυναμικό παίρνει την τιμή μηδέν.

Απ. x_1=3 m, x_2=5 m

10. Στα σημεία Α και Β μιας ευθείας (ε) βρίσκονται αντίστοιχα τα σημειακά φορτία +q και +4q. Να βρείτε το δυναμικό στο σημείο της ευθείας (ε) όπου η ένταση του πεδίου που δημιουργούν τα δύο φορτία είναι μηδέν.

Δίνονται: η απόσταση (ΑΒ)=d και η σταθερά του νόμου του Coulomb K_C.

<u>Απ.</u> $V = 9K_C \dfrac{q}{d}$

11. Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με (ΑΒ)=30 cm και (ΒΓ)=60 cm. Στις κορυφές Β και Δ υπάρχουν τα σημειακά φορτία q_B=+1 μC και $q_Δ$=-1 μC. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του πεδίου όταν μετακινηθεί ένα φορτίο q=-1 μC από το Α στο Γ.

Δίνεται: $K_C=9\cdot10^9\ Nm^2/C^2$.

<u>Απ.</u> $W_{A\to Γ}=q(V_A-V_Γ)=-0.03$ J

12. Στις κορυφές Α, Β και Δ ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλευρές α=4 m και β= 3 m βρίσκονται αντίστοιχα τα σημειακά φορτία Q_1=+10 μC, Q_2=-6 μC και Q_3=+12 μC. Να βρείτε:

Α. το δυναμικό του πεδίου που δημιουργούν τα τρία φορτία στο σημείο Γ.

Β. το έργο της δύναμης του πεδίου όταν ένα ηλεκτρόνιο μετακινείται από το άπειρο στη θέση Γ. Δίνονται: $e=1,6\cdot10^{-19}C$ και $K_C=9\cdot10^9\dfrac{Nm^2}{C^2}$

<u>Απ.</u> Α. $V_Γ=27\cdot10^3$ V, Β. $W_{\infty\to Γ}=43.2\cdot10^{-16}$ J

13. Στις κορυφές Α, Β και Γ ισόπλευρου τριγώνου πλευράς α=3 m βρίσκονται αντίστοιχα τα φορτία $Q_1=Q_2=Q_3=Q=+1$ μC. Να βρείτε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων.

<u>Απ.</u> $U_{ολ}=9\cdot10^{-3}$ J

14. Στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α βρίσκονται ακλόνητα τρία όμοια σημειακά φορτία +q. Να βρείτε:

Α. την ένταση και το δυναμικό στο μέσο Μ της πλευράς ΒΓ,

Β. το έργο της δύναμης του πεδίου όταν φορτίο –q μεταφέρεται από το Μ στο άπειρο.

Δίνεται η σταθερα K_C.

<u>Απ.</u> Α. $E_M = \frac{4}{3}K_C\frac{q}{\alpha^2}$, $V_M = K_C\frac{2q(6+\sqrt{3})}{3\alpha}$, Β. $W_{M\to\infty} = -K_C\frac{2q^2(6+\sqrt{3})}{3\alpha}$

15. Στα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ με μήκος (ΑΒ)=5 cm βρίσκονται ακλόνητα δύο σημειακά φορτία +q και +4q αντίστοιχα. Στο μέσο Μ του τμήματος ΑΒ αφήνουμε ένα φορτισμένο σωματίδιο φορτίου q_o. Τι διάστημα θα διανύσει το σωματίδιο κινούμενο ανάμεσα στα σημεία Α και Β μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του (σημείο Ζ);

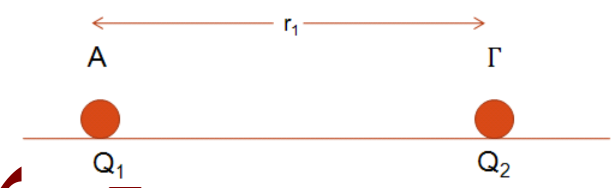
<u>Υπόδειξη:</u> Να εφαρμόσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

<u>Απ.</u> (ΜΖ)=1,5 cm

16. Στο δάπεδο υπάρχει ένα μικρό σώμα που φέρει φορτίο Q_o=+1 μC. Από το σημείο Α, που βρίσκεται πάνω στην κατακόρυφο που περνά από το Q_o και απέχει από το δάπεδο απόσταση d_1=10 m, αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα σφαιρίδιο με μάζα $m=10^{-3}$ kg και φορτίο Q_1=+1 μC. Να βρείτε μέχρι ποια απόσταση από το Q_o θα πλησιάσει το σφαιρίδιο. Δίνονται: $K_C = 9\cdot10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$ και g=10 m/s^2. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. <u>Υπόδειξη:</u> Να εφαρμόσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

<u>Απ.</u> $x=9\cdot10^{-2}$ m

17. Τις δύο σφαίρες Α και Γ του παρακάτω σχήματος τις κρατάμε πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση r_1=2 m μεταξύ τους. Οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2$=10 kg και φορτία Q_1=-300 μC και Q_2=+200 μC. Αν αφήσουμε τις σφαίρες ελεύθερες, λόγω της ηλεκτροστατικής έλξης, πλησιάζουν μεταξύ τους. Να βρείτε τη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας των σφαιρών μέχρι τη θέση που αυτές απέχουν μεταξύ τους r_2=0.5 m και τις ταχύτητές τους $υ_1$ και $υ_2$ στη θέση αυτή.



<u>Υπόδειξη:</u> Να εφαρμόσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας και <u>την αρχή διατήρησης της ορμής</u> (όταν σ' ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή ισχύει $ΣF_{εξ}=0$, τότε το σύστημα είναι μονωμένο και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής).

<u>Απ.</u> $ΔU$=-810 J, $υ_1=υ_2$=9 m/s

18. Δύο ίδια σωματίδια μάζας m και φορτίου q το καθένα συγκρατούνται ακίνητα σε απόσταση d μεταξύ τους. Αν τα δύο σωματίδια αφεθούν ελεύθερα, να βρείτε την ταχύτητα του καθενός όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει 2d.

Δίνονται: K_C, m, q και d.

<u>Υπόδειξη:</u> Να εφαρμόσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας και την αρχή διατήρησης της ορμής.

<u>Απ.</u> $\upsilon = q\sqrt{\dfrac{K_C}{2md}}$

19. Δύο παράλληλες, οριζόντιες, μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους d=2 cm και βρίσκονται σε διαφορά δυναμικού V=3000 V.

Α. Πόσο είναι το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες;

Β. Μεταξύ των πλακών αιωρείται μια θετικά φορτισμένη σταγόνα λαδιού με μάζα $m=12\cdot10^{-12}$ kg. Να βρείτε το φορτίο της σταγόνας.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$.

Άνωση, τριβή και αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνονται υπόψη.

<u>Απ.</u> Α. $E=15\cdot10^4$ V/m, Β. $q=8\cdot10^{-16}$ C

20. Δύο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1=m$ και $m_2=\frac{9}{4}m$ βρίσκονται σε απόσταση d μεταξύ τους. Να βρείτε το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας των δύο σφαιρών στο σημείο όπου η ένταση του πεδίου είναι μηδέν.

Η σταθερά G της παγκόσμιας έλξης θεωρείται γνωστή.

Απ. $V=-\frac{25}{4}G\frac{m}{d}$

21. Διαφορά δυναμικού 120 V εφαρμόζεται σε δύο παράλληλες πλάκες. Εάν το πεδίο που παράγεται μεταξύ των πλακών είναι 600 V/m, τότε να βρείτε πόσο απέχουν οι δύο πλάκες.

Απ. d=0.2 m

22. Ένας επίπεδος πυκνωτής, έχει χωρητικότητα 2 μF, απόσταση οπλισμών 2 cm και έχει φορτιστεί με τάση 150 V. Στη συνέχεια απομακρύνουμε την πηγή φόρτισης και διπλασιάζουμε την απόσταση των οπλισμών του. Να υπολογιστούν οι τιμές πριν και μετά το διπλασιασμό:

Α. Της χωρητικότητας του πυκνωτή.

Β. Της τάσης μεταξύ των οπλισμών του.

Γ. Της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

Δ. Της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου. Δίνεται: $\varepsilon_o=8.85\cdot10^{-12}$ C^2/Nm^2.

Απ. Πριν: Α. C=2 μF, Β. V= 150 V, Γ. E=7500 V/m, Δ. $U=22.5\cdot10^{-3}$ J.

Μετά: Α. C΄=1 μF, Β. V΄= 300 V, Γ. E΄=7500 V/m, Δ. $U΄=45\cdot10^{-3}$ J.

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Νόμος των Biot και Savart

→ Αν ένας αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, ένα πολύ μικρό τμήμα του, μήκους Δl, δημιουργεί σε ένα σημείο Α που απέχει απόσταση r από το τμήμα Δl μαγνητικό πεδίο ΔΒ μέτρου:

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r^2}\eta\mu\theta$$

- ✓ θ είναι η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα Δl και r.
- ✓ η σταθερά μ_o λέγεται **μαγνητική διαπερατότητα του κενού**.
- ✓ το διάνυσμα ΔΒ είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζεται από το Δl και το r και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

→ Το μαγνητικό πεδίο Β, στο SI, μετριέται σε Tesla (T).

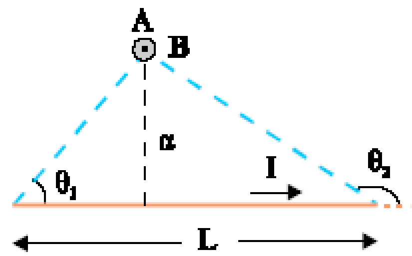
→ Η μαγνητική διαπερατότητα του κενού είναι $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A.

- ➢ Ο νόμος των Biot και Savart δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από ένα μόνο πολύ μικρό τμήμα του αγωγού. Για να βρούμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί σε ένα σημείο ολόκληρος ο αγωγός αθροίζουμε διανυσματικά τα πεδία που δημιουργούν όλα τα μικρά τμήματα του αγωγού στο σημείο που εξετάζουμε.

$$\mathbf{B} = \Delta\mathbf{B}_1 + \Delta\mathbf{B}_2 + \Delta\mathbf{B}_3 + \ldots$$

Εφαρμογές του νόμου των Biot και Savart

→ 1. **Το μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού**



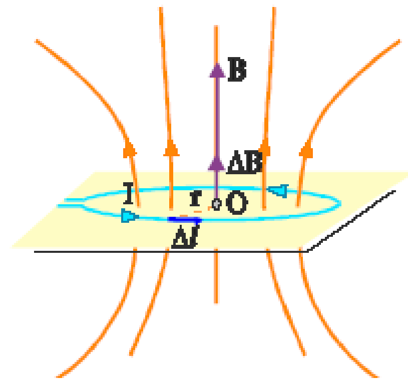
Αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\mathrm{I}}{\alpha}(\sigma\upsilon\nu\theta_1 - \sigma\upsilon\nu\theta_2)$$

- Αν το σύρμα (αγωγός) έχει άπειρο μήκος (μήκος πολύ μεγαλύτερο από την απόσταση α) τότε οι γωνίες θ_1 και θ_2 παίρνουν τιμές 0 και π αντίστοιχα, με αποτέλεσμα η παραπάνω σχέση να δίνει:

$$\boxed{B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\mathrm{I}}{\alpha}}$$

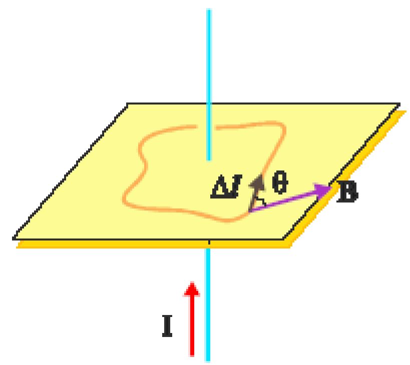
→ 2. **Το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού**



Το B, στο O, είναι κάθετο στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$$

Ο νόμος του Ampere



→ Κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής το άθροισμα των γινομένων

$$B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta$$

ισούται με:

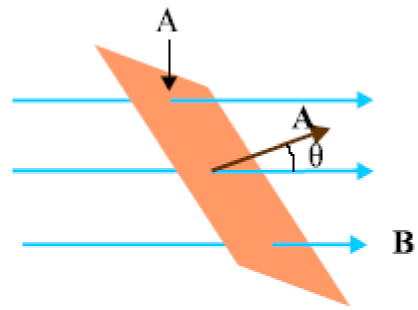
$$\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$$

όπου $I_{\varepsilon\gamma\kappa}$, το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που διέρχονται από την επιφάνεια η οποία περιβάλλεται από την κλειστή αυτή διαδρομή.

$$\sum B\,\Delta l\,\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$$

<u>Προσοχή:</u> Ο νόμος του Ampere ισχύει μόνο για σταθερά ρεύματα και για σταθερά μαγνητικά πεδία.

Μαγνητική ροή



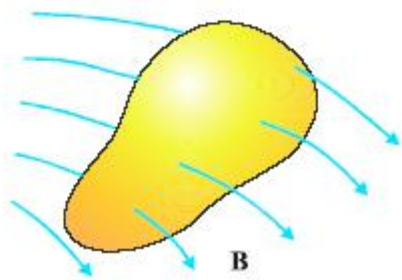
Έστω μια επίπεδη επιφάνεια εμβαδού Α μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια είναι:

$$\Phi_m = BA\,\sigma\upsilon\nu\theta$$

- ✓ θ είναι η γωνία ανάμεσα στις δυναμικές γραμμές και σε μια κάθετη στην επιφάνεια Α.
- ✓ μονάδα της μαγνητικής ροής είναι το 1 Wb (Βέμπερ).

Νόμος του Gauss στο μαγνητισμό



Για κάθε κλειστή επιφάνεια ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που εισέρχονται είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών που εξέρχονται.

→ Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια είναι πάντοτε μηδενική.

$$\Phi_m = 0$$

- ✓ Το φυσικό περιεχόμενο της παραπάνω πρότασης είναι ότι δεν υπάρχουν σημειακές πηγές μαγνητικού πεδίου, όπως υπάρχουν στο ηλεκτρικό πεδίο. <u>Δηλαδή δεν υπάρχει μαγνητικό ανάλογο του φορτίου.</u>

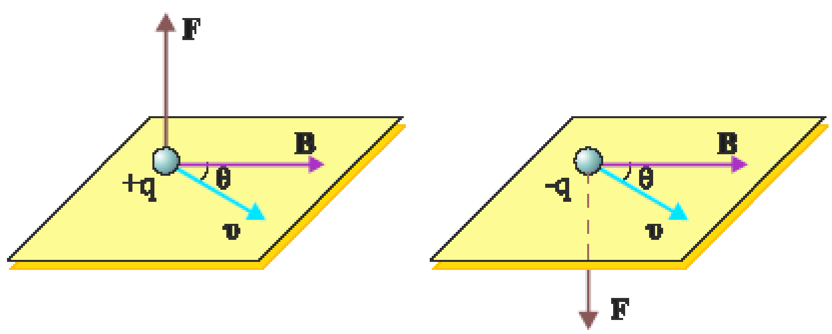
Δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο φορτίο

→ Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία δύναμη [ονομάζεται δύναμη Lorentz] μέτρου:

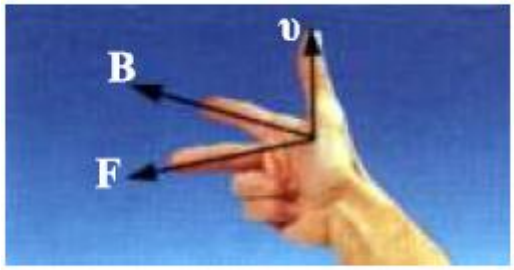
$$F = B|q|\upsilon\,\eta\mu\,\phi$$

όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σωματιδίου με την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.

Η δύναμη αυτή είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα και τη διεύθυνση του πεδίου και η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.



Η δύναμη που ασκείται από το μαγνητικό πεδίο σε ένα θετικό και σε ένα αρνητικό, σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα υ.



Ο κανόνας των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού

Προσοχή:

→ Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται με ταχύτητα υ, μέσα σε μαγνητικό πεδίο, η δύναμη που του ασκεί το πεδίο μπορεί να μεταβάλει την κατεύθυνση αλλά όχι και το μέτρο της ταχύτητάς του.

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων μέσα σε μαγνητικό πεδίο

→ 1. **Κίνηση παράλληλα στις δυναμικές γραμμές**

Η κίνηση ενός τέτοιου σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι ευθύγραμμη ομαλή.

→ 2. **Κίνηση κάθετα στις δυναμικές γραμμές**

Ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετα στις δυναμικές γραμμές, κάνει ομαλή κυκλική κίνηση.

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στο σωματίδιο δύναμη το μέτρο της οποίας είναι:

$$F = B|q|\upsilon$$

Εφόσον η δύναμη F παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης, θα ισχύει ότι:

$$F = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

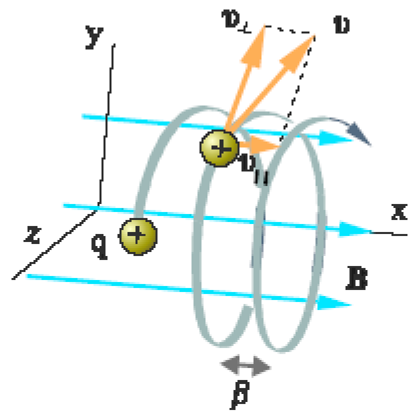
Αποδεικνύεται ότι:

$$R = \frac{m\upsilon}{B|q|}$$

Η περίοδος περιστροφής του σωματιδίου δίνεται από τον τύπο:

$$T = \frac{2\pi m}{B|q|}$$

→ 3. **Κίνηση με τυχαία γωνία ως προς τις δυναμικές γραμμές**



Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου που βάλλεται πλάγια στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου.

Η κίνηση είναι ελικοειδής με ακτίνα:

$$R = \frac{m\upsilon_{\perp}}{B|q|}$$

Η περίοδος είναι:

$$T = \frac{2\pi m}{B|q|}$$

Σε χρόνο μιας περιόδου το σωματίδιο προχωράει στη διεύθυνση του άξονα των x κατά:

$$\beta = \upsilon_{||} \cdot T = \upsilon_{||} \frac{2\pi m}{B|q|}$$

- ✓ Η σταθερή αυτή απόσταση την οποία διανύει το σώμα στη διεύθυνση του πεδίου στο χρόνο κάθε περιόδου ονομάζεται **βήμα της έλικας**.

→ 4. **Κίνηση σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο**

Η τροχιά που διαγράφει ένα φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο είναι πολύπλοκη και εξαρτάται από τη μορφή του πεδίου.

Δύναμη Laplace

→ Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε έναν αγωγό, ονομάζεται **δύναμη Laplace**. Πιο αναλυτικά, το μαγνητικό πεδίο ασκεί σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό που βρίσκεται μέσα σ’ αυτό δύναμη

$$F = BIl\, \eta\mu\phi$$

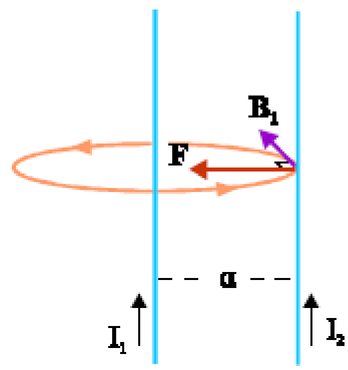
όπου φ η γωνία που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές, l το μήκος του αγωγού και I το ρεύμα που τον διαρρέει. Η δύναμη είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τις δυναμικές γραμμές και η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

- ✓ Αν ο ρευματοφόρος αγωγός είναι παράλληλος στο μαγνητικό πεδίο ($\phi=0^o$ ή $\phi=180^o$) τότε δε δέχεται δύναμη από αυτό.
- ✓ Αν ο ρευματοφόρος αγωγός είναι κάθετος στο μαγνητικό πεδίο ($\phi=90^o$) τότε η δύναμη που δέχεται από το πεδίο παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

$$F = BIl$$

Ο κανόνας των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού

Μαγνητική δύναμη ανάμεσα σε δύο παράλληλους αγωγούς



→ Παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έλκονται, ενώ παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα απωθούνται. Το μέτρο της δύναμης με την οποία έλκονται ή απωθούνται δίνεται από τη σχέση:

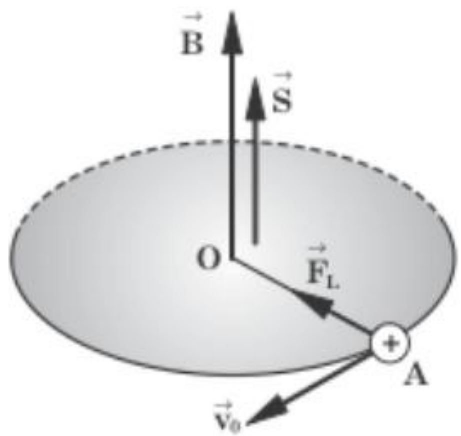
$$F_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} l$$

Η δύναμη αυτή χρησιμοποιείται για να ορίσουμε τη μονάδα έντασης ηλεκτρικού ρεύματος το ampere, ως εξής:

- 1 A είναι το ρεύμα που όταν διαρρέει καθένα από δύο παράλληλους αγωγούς που βρίσκονται σε απόσταση 1 m μεταξύ τους, ο ένας αγωγός ασκεί σε κάθε μέτρο του άλλου δύναμη 2 x 10^{-7} N.

Ασκήσεις:

1. Σε σημείο Α ομογενούς μαγνητικού πεδίου εκτοξεύεται ένα πρωτόνιο, με ταχύτητα $\vec{v}_o$, κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Εάν R είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το πρωτόνιο και m, q είναι η μάζα και το ηλεκτρικό του φορτίο αντιστοίχως, τότε να βρεθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που καθορίζει η τροχιά του πρωτονίου.



Απ. $\Phi = \dfrac{\pi m v_o R}{q}$

2. Ηλεκτρικό φορτίο $q=10^{-10}$ C εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε τροχιά ακτίνας R=10 cm και με συχνότητα $f = 2000Hz$. Να βρεθεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

Υπόδειξη: Ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο μπορεί να θεωρηθεί ως ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I με $I = qf$.

Απ. $B=4\pi\cdot 10^{-13}$ T

3. Δύο αγωγοί Κ και Λ βρίσκονται στο επίπεδο της σελίδας μας, διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα έντασης $I_K = 100A$ και $I_\Lambda = 50A$ αντίστοιχα και απέχουν απόσταση d=2 m μεταξύ τους. Να βρείτε σε ποιο σημείο η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών είναι μηδέν.

Απ. x=2 m δεξιά του αγωγού Λ

4. Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=10 cm και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έντασης $I_1 = 3A$ και $I_2 = 4A$. Να βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ρ, το οποίο απέχει από τους δύο αγωγούς αποστάσεις d_1=6 cm και d_2=8 cm αντίστοιχα.

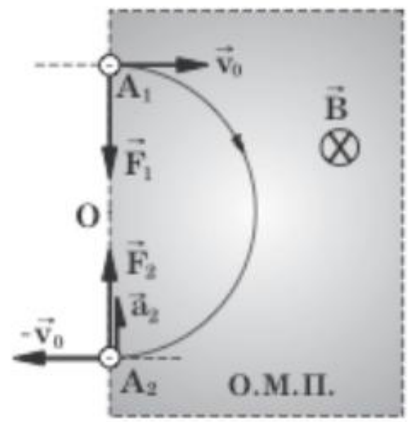
Απ. B=$\sqrt{2}\cdot 10^{-5}$ T

5. Ηλεκτρόνιο βάλλεται με ταχύτητα μέτρου υ=10^4 m/s κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου B=$2\cdot 10^{-2}$ T. Να υπολογιστεί η ακτίνα και η περίοδος περιστροφής του ηλεκτρονίου.

Δίνονται το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6\cdot 10^{-19} C$ και η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9.1\cdot 10^{-31} kg$.

Απ. R=$2.84\cdot 10^{-6}$ m, T=$17.86\cdot 10^{-10}$ s

6. Ένα ηλεκτρόνιο κινούμενο ευθύγραμμα με ταχύτητα $\vec{v}_o$, μπαίνει σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β, κάθετα προς τις δυναμικές του γραμμές και αφού κινηθεί μέσα στο πεδίο βγαίνει από αυτό με ταχύτητα αντίθετη εκείνης με την οποία μπήκε στο πεδίο.



Α. Να υπολογιστεί ο χρόνος κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο πεδίο.

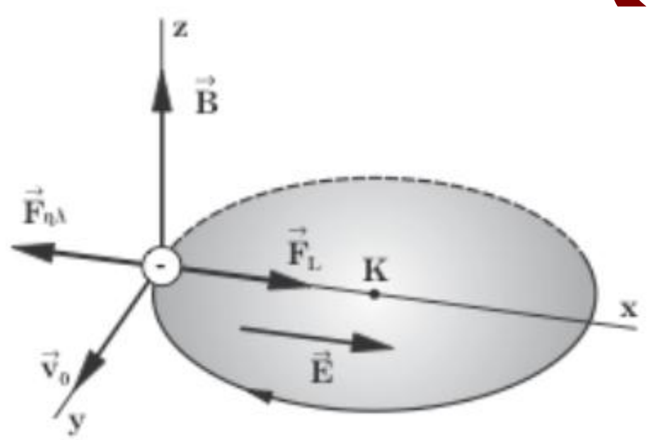
Β. Να καθοριστεί η επιτάχυνση του ηλεκτρονίου λίγο προτού βγει από το πεδίο.

Γ. Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του ηλεκτρονίου, για το χρονικό διάστημα κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Δίνεται η μάζα m_e και το ηλεκτρικό φορτίο q_e του ηλεκτρονίου.

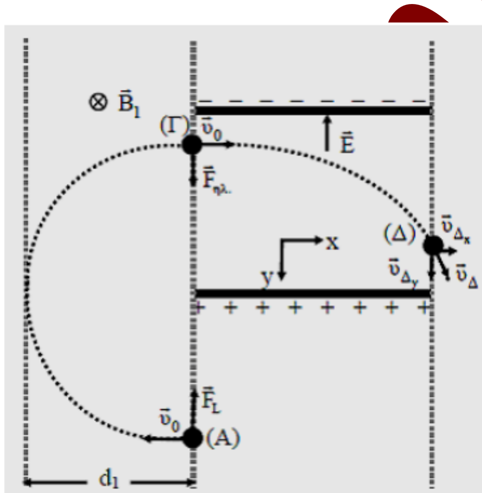
<u>Απ.</u> Α. $t_{ολ} = \frac{\pi m_e}{|q_e|\mathrm{B}}$, Β. $a_2 = \frac{\mathrm{B}|q_e|v_o}{m_e}$, Γ. $\Delta\vec{P} = -2m_e\vec{v}_o$

7. Ένα αβαρές σωματίδιο με αρνητικό φορτίο, εκτοξεύεται μέσα σε ένα χώρο όπου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό και ομογενές μαγνητικό πεδίο, που τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά τους διανύσματα $\vec{E}$ και $\vec{B}$ σχηματίζουν με το διάνυσμα της ταχύτητας εκτόξευσης τρισορθογώνιο σύστημα αξόνων. Διαπιστώνουμε τότε ότι το σωματίδιο εκτελεί στο χώρο αυτό ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ενώ όταν καταργήσουμε το ηλεκτρικό πεδίο εκτελεί ισοταχή κυκλική κίνηση, ακτίνας R. Να υπολογιστεί το ειδικό φορτίο $\frac{|q|}{m}$ του σωματιδίου.



<u>Απ.</u> $\frac{|q|}{m} = \frac{E}{B^2 R}$

8. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=9\cdot10^{-31}$ kg και φορτίου $q=-16\cdot10^{-20}$ C εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_1 από το σημείο (Α) με ταχύτητα $υ_ο$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη Lorentz μέτρου $F_L=36\cdot10^{-16}$ N και διαγράφει ημικυκλική τροχιά η οποία εφάπτεται στο αριστερό όριο του μαγνητικού πεδίου. Το εύρος του μαγνητικού πεδίου είναι $d_1=10^{-3}$ m. Στη συνέχεια το σωματίδιο εισέρχεται από το σημείο (Γ) σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε με ταχύτητα κάθετη στις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές και εξέρχεται από το σημείο (Δ) έτσι ώστε η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου στο ηλεκτρικό πεδίο να είναι $y=\frac{2}{3}\cdot10^{-3}m$. Δίνεται ότι οι χρόνοι παραμονής του σωματιδίου σε κάθε πεδίο είναι ίσοι . Να βρεθούν:



Α. Το μέτρο της ταχύτητας $υ_ο$.

Β. Ο χρόνος κίνησης του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο.

Γ. Το μέτρο της έντασης Ε του ηλεκτρικού πεδίου.

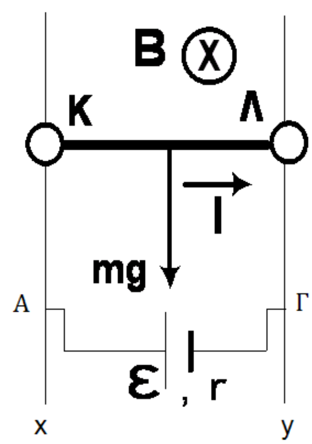
Δ. Η εξίσωση τροχιάς $y=f(x)$ του σωματιδίου στο ηλεκτρικό πεδίο. ($\pi^2\approx10$).

<u>Απ.</u> Α. $υ_ο=2\cdot10^6$ m/s, Β. $t=\frac{\pi}{2}\cdot10^{-9}s$, Γ. $E=3\cdot10^3$ V/m, Δ. $y=\frac{200}{3}x^2$

9. Ο αγωγός ΚΛ του παρακάτω σχήματος, μάζας m=0.1 kg και μήκους d=0.5 m, διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης $I=10A$. Ο αγωγός ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους κατακόρυφους οδηγούς. Να βρείτε την ένταση του οριζόντιου ομογενούς μαγνητικού πεδίου, ώστε ο αγωγός ΚΛ:

Α. να ισορροπεί.

Β. να κινείται προς τα κάτω με επιτάχυνση μέτρου α=2 m/s^2. Δίνεται: g=10 m/s^2.



<u>Απ.</u> Α. B_1=0.2 T, Β. B_2=0.16 T

10. Οριζόντιος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1=200A$. Σε ποια απόσταση x από τον αγωγό και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με αυτόν πρέπει να τοποθετηθεί οριζόντιο σύρμα, που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2=100A$, ομόρροπο του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, για να ισορροπεί;

Δίνονται: g=10 m/s^2, μήκος σύρματος d=10 m και μάζα σύρματος m=0.1 kg.

<u>Απ.</u> x=4 cm

11. Δύο κατακόρυφα σύρματα Σ_1 και Σ_2 μεγάλου μήκους απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=20 cm και διαρρέονται από ρεύματα έντασης $I_1 = 20A$ και $I_2 = 10A$ αντίστοιχα, με φορά προς τα πάνω. Τρίτο σύρμα Σ_3 τοποθετείται ανάμεσα στα Σ_1 και Σ_2, έτσι ώστε να είναι παράλληλο προς αυτά, να βρίσκεται στο επίπεδό τους και να απέχει από το Σ_1 απόσταση d_1=8 cm. Αν το Σ_3 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_3 = 1A$ με φορά προς τα κάτω, να βρεθεί η δύναμη που ασκείται σε τμήμα του Σ_3 μήκους 50 cm.

<u>Υπόδειξη:</u> Αρχικά βρείτε τη συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στα σημεία του σύρματος Σ_3 και στη συνέχεια υπολογίστε τη δύναμη F_L.

<u>Απ.</u> $F_L = \frac{5}{3} \cdot 10^{-5} N$

12. Ορθογώνιο πλαίσιο ΑΒΓΔ με (ΑΒ)=(ΓΔ)=d_1=6 cm και (ΒΓ)=(ΑΔ)=d_2=8 cm διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1 = 20A$. Στο ίδιο επίπεδο με αυτό βρίσκεται ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2 = 10A$. Αν η πλευρά ΑΒ είναι παράλληλη με τον αγωγό, απέχει d=2cm από αυτόν και διαρρέεται από αντίρροπο ρεύμα σε σχέση με τον αγωγό, τότε να βρείτε τη συνολική δύναμη που ασκείται στο πλαίσιο από τον αγωγό.

<u>Απ.</u> $F_{ολ} = 9.6 \cdot 10^{-5} N$

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

Νόμος επαγωγής

→ Το φαινόμενο της εμφάνισης τάσης στα άκρα κάποιου αγωγού, εξαιτίας της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει, ονομάζεται **ηλεκτρομαγνητική επαγωγή**.

Ο νόμος που διέπει το φαινόμενο, ονομάζεται νόμος της επαγωγής ή νόμος του Faraday και διατυπώνεται ως εξής:

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται σε ένα κύκλωμα είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει το κύκλωμα.

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t}$$

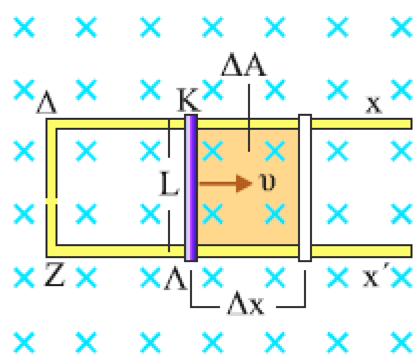
- Αν το κύκλωμα αποτελείται από N σπείρες και $\Delta\Phi_B$ είναι η μεταβολή της μαγνητικής ροής σε κάθε σπείρα, ο νόμος της επαγωγής γράφεται:

$$E_{ΕΠ} = N\frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t}$$

Ευθύγραμμος αγωγός κινούμενος σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

→ Αν ένας ευθύγραμμος αγωγός κινείται με ταχύτητα υ, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έτσι ώστε ο αγωγός, η ταχύτητα και το μαγνητικό πεδίο να είναι κάθετα ανά δύο μεταξύ τους, στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή.

$$E_{ΕΠ} = B\upsilon L$$



Καθώς ο αγωγός ΚΛ κινείται, μεταβάλλεται το εμβαδόν του πλαισίου ΚΔΖΛ, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό. Σύμφωνα με το νόμο του Faraday, στο πλαίσιο θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή:

$$E_{ΕΠ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} = \frac{BL\Delta x}{\Delta t} = BL\upsilon$$

Ο κανόνας του Lenz

Ο Lenz διατύπωσε ένα κανόνα που δίνει τη φορά του ρεύματος από επαγωγή:

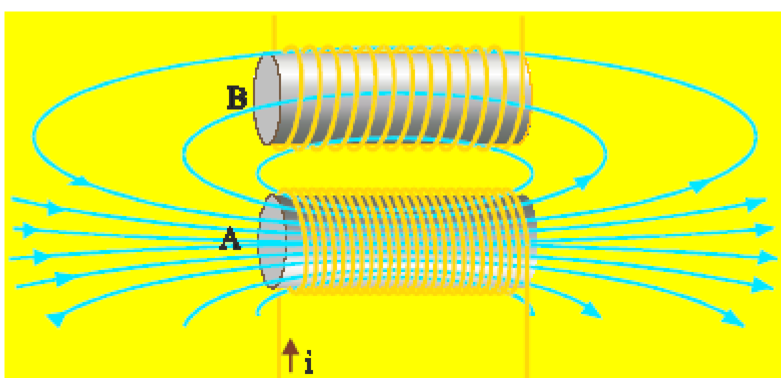
→ Τα επαγωγικά ρεύματα έχουν τέτοια φορά ώστε να αντιτίθενται στο αίτιο που τα προκαλεί.

Παίρνοντας υπόψη τον κανόνα του Lenz, που προσδιορίζει τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, άρα και την πολικότητα της επαγωγικής τάσης, ο νόμος της επαγωγής γράφεται με τη μορφή:

$$E_{ΕΠ} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- Ο κανόνας του Lenz αποτελεί συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

Αμοιβαία επαγωγή



→ Η εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης σ’ ένα κύκλωμα, εξαιτίας της μεταβολής του ρεύματος που συμβαίνει σ’ ένα άλλο κύκλωμα, λέγεται **αμοιβαία επαγωγή**.

Στην περίπτωση της αμοιβαίας επαγωγής ο νόμος της επαγωγής μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$E_{\text{ΕΠ}} = -M\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Το Μ ονομάζεται **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής των κυκλωμάτων**.

Μετριέται με τη μονάδα 1 Η (Henry):

$$1H = 1\frac{V \cdot s}{A}$$

→ Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αμοιβαία επαγωγή που αναπτύσσεται σε ένα κύκλωμα Β εξαιτίας μεταβολής της έντασης του ρεύματος σε ένα κύκλωμα Α, είναι ανάλογη του ρυθμού με τον οποίο μεταβάλλεται το ρεύμα στο κύκλωμα Α.

Αυτεπαγωγή

→ Αυτεπαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη σε ένα κύκλωμα, όταν μεταβάλλεται το ρεύμα που το διαρρέει. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται ονομάζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή ($E_{\text{ΑΥΤ}}$).

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή σε ένα κύκλωμα είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει:

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -L\frac{di}{dt}$$

Το L είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής και μετριέται σε Η (Henry).

- Ο συντελεστής αυτεπαγωγής ενός πηνίου εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του και από τη μαγνητική διαπερατότητα του υλικού που βρίσκεται στο εσωτερικό του.

Αποδεικνύεται ότι ένα πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα I έχει αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό του πεδίο:

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Αποδεικνύεται ότι εάν ένα πηνίο περιέχει πυρήνα από υλικό μαγνητικής διαπερατότητας μ, τότε ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου θα είναι:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} A$$