PHYSICS SOLVER

ΦΥΣΙΚΗ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

- ✓ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ
- ✓ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ
- ✓ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΘΕΩΡΙΑ

&

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

PHYSICS SOLVER

ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Αντί Προλόγου

Οι σημειώσεις αυτές έχουν σκοπό να συμβάλλουν, στη διδασκαλία του μαθήματος της Φυσικής Γενικής Παιδείας της Β΄ Λυκείου και στην επιτυχία των μαθητών στις ενδοσχολικές εξετάσεις.

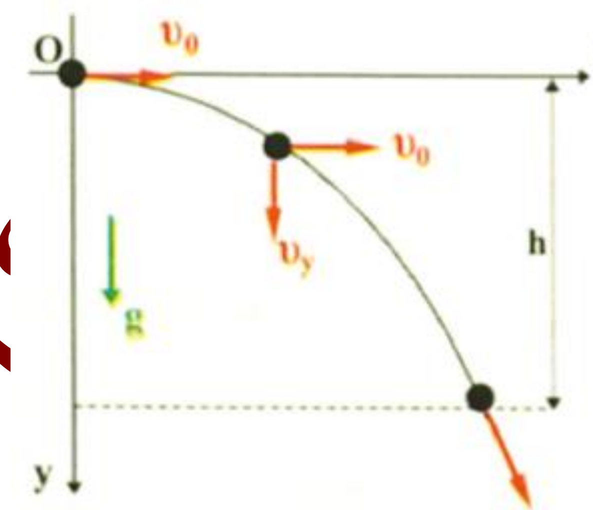
ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

Η οριζόντια βολή είναι **σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μία οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων,** που διατυπώνεται ως εξής:

Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία.



<u>Άξονας Οx:</u> Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα $υ_o$ και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (x) είναι:

$$\upsilon_x = \upsilon_o$$

$$x = \upsilon_o t$$

Άξονας Oy: Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (y) είναι:

$$\upsilon_y = gt$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου:

$$y = h$$

Δηλαδή έχουμε:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με :

$$x = \upsilon_o t$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$$

ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου. Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η **ομαλή κυκλική**.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιφορά, λέγεται **περίοδος** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με T.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται **συχνότητα** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με f.

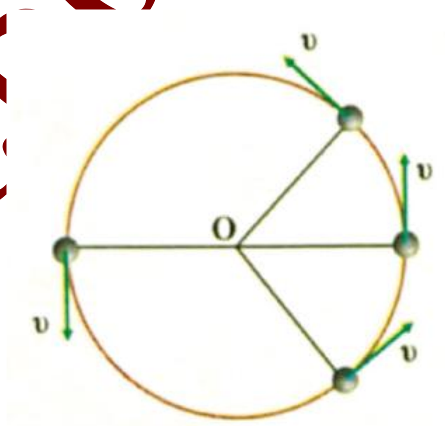
Η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T}$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (1 c/s) που λέγεται 1 Hz (Hertz).

→ Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μία μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται περιοδικές. Μία τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται περίοδος (T).

- Γραμμική ταχύτητα



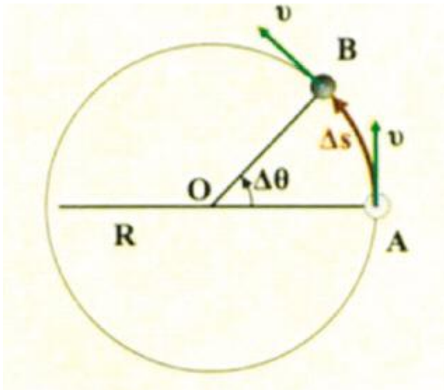
Η τιμή της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνσή της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά. Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων στους οποίους διανύονται: $s = \upsilon t$

Επομένως το μέτρο της ταχύτητας του κινητού, που ονομάζεται **γραμμική ταχύτητα** θα είναι:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε t=T, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος $s = 2\pi R$ (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{\mathrm{T}}$$



Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή με δύο τρόπους:

Α. Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου ΑΒ.

Β. Με τη μέτρηση της γωνίας ΑÔΒ (ΑÔΒ =Δθ) την οποία διαγράφει μία ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα).

- Γωνιακή ταχύτητα

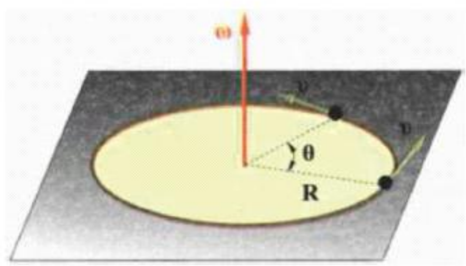
Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού, ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

1. Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t δια του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

2. Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

3. Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά, του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.



Ισχύει ότι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ ή } \omega = 2\pi f$$

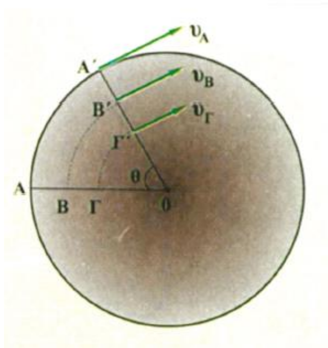
Μονάδα της γωνιακής ταχύτητας είναι το 1 rad/s.

Η σχέση που συνδέει τη γωνιακή ταχύτητα με τη γραμμική είναι:

$$\upsilon = \omega R$$

όπου R η ακτίνα της τροχιάς.

Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου, ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω), έχουν γραμμικές ταχύτητες (υ) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόστασή τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

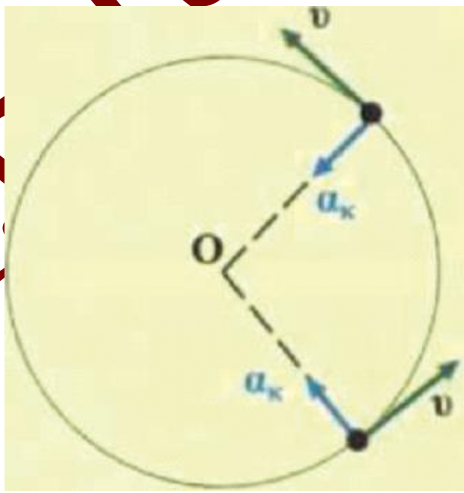


- Κεντρομόλος επιτάχυνση

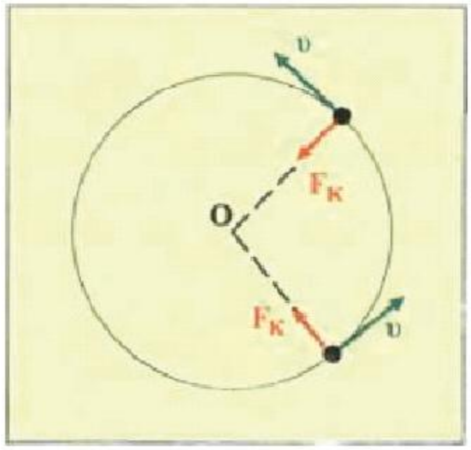
Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και λέγεται κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$



ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΔΥΝΑΜΗ



Αν θεωρήσουμε την περίπτωση που ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερής τιμής. Επειδή η κατεύθυνση της ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται, άρα υπάρχει επιτάχυνση (κεντρομόλος) και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη**.

→ Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κεντρομόλο δύναμη. Η τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ το μέτρο της ταχύτητας και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Έτσι η τιμή της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{m\upsilon^2}{R}$$

Ασκήσεις:

1. Σώμα ρίχνεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_ο$=30 m/s. Να βρείτε την εξίσωση της τροχιάς του $y = f(x)$.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. $y = \frac{x^2}{180}$)

2. Σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος h=180 m από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου $υ_ο$=20 m/s. Να βρείτε:

Α. Σε πόσο χρόνο θα φτάσει το σώμα στο έδαφος και ποια είναι η μέγιστη οριζόντια μετατόπισή του.

Β. Την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το σώμα στο έδαφος.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. Α. t=6 s, x=120 m, Β. υ=20$\sqrt{10}$ m/s, εφθ=3, όπου θ η γωνία με την οριζόντια διεύθυνση)

3. Από αεροπλάνο, που πετά οριζόντια σε ύψος h=1500 m από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_ο$=100 m/s, αφήνεται να πέσει μια βόμβα, η οποία χτυπά σε στόχο. Να βρείτε με ποια γωνία ως προς την οριζόντια διεύθυνση βλέπει ο πιλότος τον στόχο τη στιγμή που αφήνει τη βόμβα.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

Υπόδειξη: Ο πιλότος τη στιγμή που αφήνει τη βόμβα βλέπει το στόχο με γωνία ως προς την οριζόντια διεύθυνση που μπορεί να βρεθεί από τον τύπο: $εφφ = \frac{h}{x}$.

(Απ. $εφφ = \frac{\sqrt{3}}{2}$)

4. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h=320 m από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_o$=100 m/s. Ο πιλότος αφήνει μια βόμβα. Να βρείτε τη θέση του αεροπλάνου όταν η βόμβα χτυπά στο έδαφος, τον χρόνο που κάνει η βόμβα μέχρι να φτάσει εκεί και την οριζόντια μετατόπισή της από το σημείο που αφέθηκε.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. t=8 s, x=800 m)

5. Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_o$=10 m/s από ύψος h=80 m.

Α. Να βρείτε το βεληνεκές του.

Β. Σε ποια χρονική στιγμή το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι $υ_o\sqrt{2}$;

Γ. Σε ποια χρονική στιγμή η απόσταση του σώματος από το σημείο βολής είναι $x\sqrt{2}$, όπου x είναι η αντίστοιχη οριζόντια μετατόπισή του;

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. Α. s=40 m, Β. t_1=1 s, Γ. t_2=2 s)

6. Ένα αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h=320 m από το έδαφος, με ταχύτητα με μέτρο $υ_o$= 100 m/s. Στο έδαφος κινείται ομόρροπα άρμα με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=10 m/s.

Α. Να βρείτε από ποια οριζόντια απόσταση s από το άρμα πρέπει ο πιλότος να αφήσει μια βόμβα, ώστε αυτή να χτυπήσει το άρμα.

Β. Μελετήστε την περίπτωση όπου το άρμα κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $υ_1$.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. Α. s=720 m, Β. s΄=880 m)

7. Ένας δρομέας τρέχει με ταχύτητα σταθερού μέτρου σε κυκλικό στίβο που έχει μήκος περιφέρειας 400 m. Αν ο δρομέας κάνει μια περιφορά σε χρόνο 50 s, να βρείτε:

Α. Το σταθερό μέτρο της ταχύτητάς του,

Β. Τη συχνότητα της κυκλικής κίνησης.

(Απ. Α. υ=8 m/s, Β. f=0.02 Hz)

8. Μια στροφή ενός δρόμου θεωρείται τόξο ακτίνας R=80 m. Να βρείτε την κεντρομόλο επιτάχυνση $\vec{\alpha}_\kappa$ ενός αυτοκινήτου όταν παίρνει τη στροφή με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=36 km/h καθώς και όταν παίρνει τη στροφή με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=72 km/h.

(Απ. $\alpha_{\kappa(1)}$ =1.25 m/s^2, $\alpha_{\kappa(2)}$ =5 m/s^2)

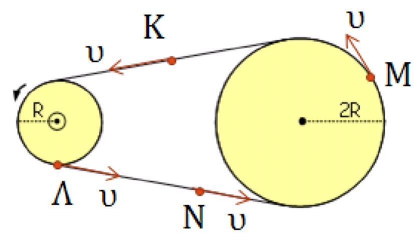
9. Πάνω σε μια περιφέρεια ακτίνας R=2 m κινούνται δύο κινητά με ταχύτητες μέτρων $υ_1$=3 m/s και $υ_2$=1 m/s. Να βρείτε τον χρόνο t μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των κινητών όταν τα κινητά:

Α. κινούνται με την ίδια φορά,

Β. κινούνται με αντίθετες φορές.

(Απ. Α. t=2π s, Β. t΄=π s)

10. Οι δύο τροχοί συνδέονται με έναν ιμάντα όπως στο σχήμα. Ο ένας τροχός έχει ακτίνα 2R και στρέφεται με σταθερή συχνότητα $f_1 = \frac{25}{\pi} Hz$. Αν η ακτίνα του άλλου τροχού είναι R, τότε να βρείτε τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις των σημείων Κ, Λ, Μ και Ν του ιμάντα καθώς και τη συχνότητα f_2 του τροχού ακτίνας R. Δίνεται ότι R=1 m.



Υπόδειξη: Το μέτρο της ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας των τροχών είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας οποιουδήποτε σημείου του ιμάντα.

(Απ. $υ_K=υ_Λ=υ_M=υ_N=100$ m/s, $α_K=α_N=0$, $α_Λ=10^4$ m/s^2, $α_M=5{\cdot}10^3$ m/s^2, $f_2 = \frac{50}{\pi} Hz$)

11. Ποδήλατο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα μέτρου υ=36 km/h. Αν οι τροχοί του έχουν ακτίνα R=50 cm, να βρείτε τη συχνότητα περιστροφής του κάθε τροχού.

(Απ. $f = \frac{10}{\pi} Hz$)

12. Ένα τρακτέρ κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ=20 m/s σε ευθύγραμμο δρόμο. Η ακτίνα των μπροστινών τροχών του είναι R_1=0.5 m και των πίσω R_2=1 m. Να βρείτε τις συχνότητες περιστροφής και τις επιταχύνσεις των σημείων της περιφέρειας κάθε τροχού.

(Απ. $f_1 = \frac{20}{\pi} Hz$, $f_2 = \frac{10}{\pi} Hz$, $α_1$=800 m/s^2, $α_2$=400 m/s^2)

13. Σώμα μάζας m=1 kg είναι δεμένο στην άκρη νήματος, μήκους R=0.8 m και αντοχής θραύσεως $T_{θρ}$=80 N και διαγράφει οριζόντιο κύκλο. Για ποια συχνότητα περιστροφής f κόβεται το νήμα;

<u>Υπόδειξη:</u> Για να κοπεί το νήμα πρέπει η τάση του νήματος που είναι ίση με την κεντρομόλο δύναμη ($T=F_κ$) να γίνει ίση με $T_{θρ}$.

(Απ. $f = 1.59 Hz$)

14. Δρομέας κινείται σε οριζόντιο κυκλικό στίβο ακτίνας R=50 m με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ=5 m/s. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το σώμα του δρομέα με την κατακόρυφο.

<u>Υπόδειξη:</u> Αποδεικνύεται ότι: $εφφ = \frac{υ^2}{Rg}$.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. εφφ=0.05)

15. Δοχείο που περιέχει νερό είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους R=1.6 m και περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Να βρείτε την ελάχιστη ταχύτητα περιστροφής για να μη χυθεί το νερό από το δοχείο.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

<u>Υπόδειξη:</u> Το δοχείο έχει τη μικρότερη ταχύτητα όταν βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του, οπότε το νερό θα χυθεί όταν το δοχείο περάσει από το σημείο αυτό. Πιο συγκεκριμένα όταν το δοχείο βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του, τότε στη μάζα του νερού ασκούνται το βάρος του w και η δύναμη έστω F_A από τον πυθμένα και τα τοιχώματα του δοχείου. Η συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων θα είναι η κεντρομόλος δύναμη. <u>Στην οριακή περίπτωση που το νερό θα αρχίσει να χύνεται, θα έχει αποσπασθεί από το δοχείο και άρα θα ισχύει F_A=0 και επομένως w=$F_κ$.</u>

(Απ. υ=4 m/s)

16. Σε πίστα αγώνων μοτοσυκλέτας μια στροφή είναι οριζόντια και έχει ακτίνα R=120$\sqrt{3}$ m. Αν ο μοτοσυκλετιστής παίρνει τη στροφή με ταχύτητα υ=216 km/h, να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η μοτοσυκλέτα με την πίστα.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. φ=30^o)

17. Σιδηροδρομική γραμμή έχει στροφή, ακτίνας R=160$\sqrt{3}$ m. Το πλάτος της γραμμής είναι d=1.5 m. Αν τα τρένα στην στροφή έχουν ταχύτητα υ=144 km/h, να βρείτε πόσο ψηλότερα πρέπει να είναι τοποθετημένη η εξωτερική σιδηροτροχιά σε σχέση με την εσωτερική.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. h=0.75 m)

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

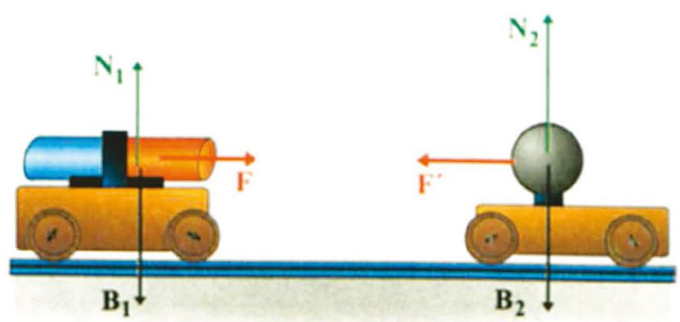
ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Γενικά σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

Α. αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**,

Β. δυνάμεις που προέρχονται από άλλα σώματα και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

<u>Παράδειγμα:</u>



Ο μαγνήτης και η σφαίρα έχουν στερεωθεί πάνω σε αμαξάκια τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές σε ένα οριζόντιο τραπέζι.

Στο μαγνήτη ασκούνται οι δυνάμεις:

Α. Το βάρος του B_1.

Β. Η αντίδραση N_1 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

Γ. Η έλξη F από τη μεταλλική σφαίρα.

Στη μεταλλική σφαίρα ασκούνται οι δυνάμεις:

Α. Το βάρος της B_2.

Β. Η αντίδραση N_2 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

Γ. Η έλξη από το μαγνήτη.

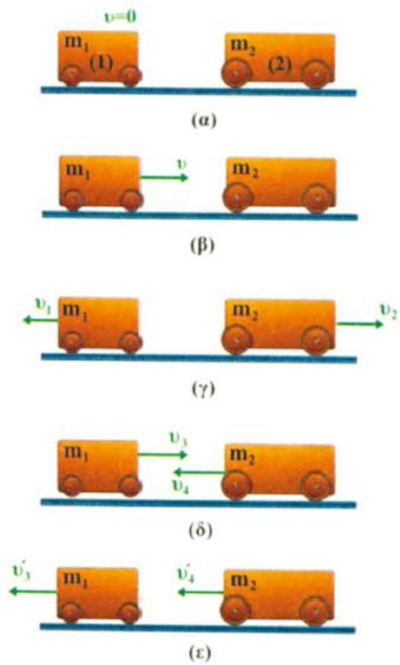
Για τα σώματα του συστήματος **το βάρος και η αντίδραση είναι εξωτερικές δυνάμεις**, ενώ **οι μεταξύ τους έλξεις είναι εσωτερικές**.

→ Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε ένα από τα σώματα είναι μηδέν, διότι ισχύει $B_1=N_1$ και $B_2=N_2$.

→ Συνεπώς το σύστημα μαγνήτης-μεταλλική σφαίρα είναι μονωμένο ($\Sigma F_{\varepsilon\xi}=0$). Έτσι η κίνησή τους θα καθορίζεται αποκλειστικά από τις εσωτερικές δυνάμεις.

- Γενικότερα, σε ένα μονωμένο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν μηδενική συνισταμένη.

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ



Έστω το μονωμένο σύστημα (α) της παραπάνω εικόνας. Το αμαξάκι (1) έχει μάζα m_1, το αμαξάκι (2) έχει μάζα m_2 και ισχύει ότι $m_1 < m_2$.

→ 1. Αν σπρώξουμε το πρώτο αμαξάκι, αυτό θα αρχίσει να κινείται (β) και στη συνέχεια θα χτυπήσει το δεύτερο και μετά τα δύο αμαξάκια θα κινούνται έστω σε αντίθετες κατευθύνσεις με διαφορετικές ταχύτητες (γ).

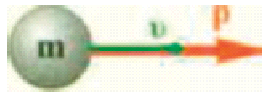
→ 2. Αν σπρώξουμε ταυτόχρονα τα δύο αμαξάκια, ώστε αυτά να πλησιάσουν το ένα το άλλο (δ), τότε ανάλογα με τις ταχύτητες που θα δώσουμε μπορεί να προκύψουν μετά τη σύγκρουση διάφορα αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα να κινούνται όπως στο (ε).

Οι παραπάνω περιπτώσεις ανήκουν σε μία γενικότερη κατηγορία φαινομένων τα οποία ονομάζονται **φαινόμενα κρούσης**.

Φαινόμενα Κρούσης (**Παραδείγματα**)

•Το αφήνωμα του βλήματος στο στόχο •Σύγκρουση των σφαιρών του μπιλιάρδου •Σύγκρουση αυτοκινήτων • Ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ



Ορίζουμε την ορμή p ενός σώματος ως το φυσικό μέγεθος που η τιμή του εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος. Συγκεκριμένα είναι:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$$

Η ορμή, όπως προκύπτει από την παραπάνω σχέση είναι **μέγεθος διανυσματικό** που έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος και η τιμή του είναι:

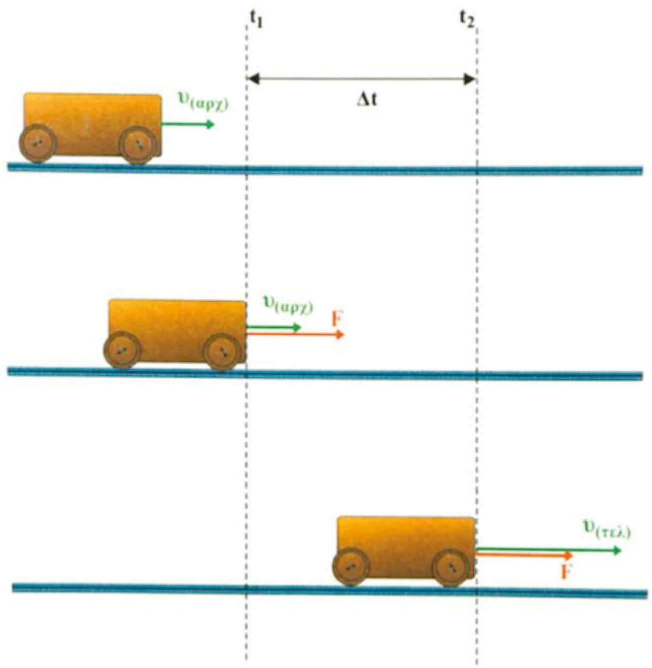
$$p = m\upsilon$$

→ Η μονάδα μέτρησης της ορμής στο S.I. είναι το 1 kg·m/s.

<u>**Προσοχή:**</u>

- Η περιγραφή της κρούσης με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής, πλεονεκτεί της περιγραφής με τη βοήθεια της έννοιας της ταχύτητας, γιατί **η ορμή ως φυσικό μέγεθος διατηρείται.**

Η ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ



Η άσκηση της δύναμης F προκάλεσε την αύξηση της ταχύτητας από $υ_{αρχ}$ σε $υ_{τελ}$ και συνεπώς αύξηση της ορμής του σώματος.

Εύκολα αποδεικνύεται ότι:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}}{\Delta t}$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής $(\vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ})$ διά του χρόνου Δt εντός του οποίου συμβαίνει αυτή, ισούται με τη δύναμη $\vec{F}$ που την προκαλεί.

<u>**Συμπέρασμα:**</u>

Για να αλλάξει η ορμή ενός σώματος απαιτείται η άσκηση δύναμης.

Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

→ Η παραπάνω πρόταση είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι ίση με την αντίδραση.

ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΔΕ ΔΙΑΤΗΡΟΥΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ

Η πλαστική κρούση δύο αμαξιδίων. Αποδεικνύεται ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος (τα δύο αμαξάκια) μειώθηκε κατά την κρούση.

<u>Γενικότερα:</u>

→ Αποδεικνύεται εύκολα ότι κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων <u>η ορμή του συστήματος διατηρείται</u> ενώ αντίθετα **<u>η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται</u>**.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

•Σύστημα ελατήριο-μάζα

•Η αρχή κίνησης των πυραύλων

<u>Ασκήσεις:</u>

1. Αυτοκίνητο μάζας m=500 kg κινείται με υ_1=20 m/s και επιβραδύνεται. Αν η ταχύτητά του μετά από κάποιο χρόνο γίνει υ_2=5 m/s, να βρείτε την μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου.

(Απ. Δp=-7500 kg·m/s)

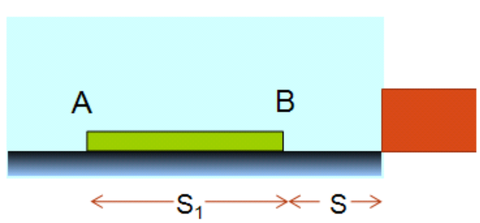
2. Μια σφαίρα μάζας m=10 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=50 m/s και εκρήγνυται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1=6 kg και m_2=4 kg. Αν η m_1 κινείται με ταχύτητα υ_1=100 m/s με διεύθυνση και φορά της υ, να βρείτε την ταχύτητα της m_2.

(Απ. υ_2=-25 m/s)

3. Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται αντίθετα με ταχύτητες υ_1 και υ_2 αντίστοιχα, συγκρούονται πλαστικά (μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα). Να βρείτε την κοινή τους ταχύτητα μετά την κρούση.

(Απ. $V = \dfrac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$)

4. Μια σανίδα ΑΒ μάζας m_1=60 kg και μήκους S_1=10 m επιπλέει στο νερό με διεύθυνση κάθετη στην αποβάθρα και απέχει από αυτή απόσταση S=4 m. Άνθρωπος μάζας m_2=80 kg βαδίζει πάνω στη σανίδα από το Α προς το Β. Όταν ο άνθρωπος φτάσει στο σημείο Β πόσο θα απέχει από την αποβάθρα;

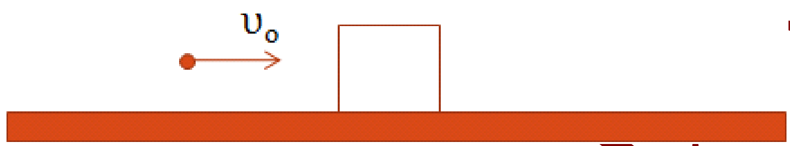


(Απ. $S' = S + \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} S_1 \approx 9.7$ m)

5. Δύο σφαίρες με μάζες m_1=10 kg και m_2=5 kg κινούνται με υ_1=9 m/s και υ_2=6 m/s. Αν οι ταχύτητες έχουν ίδια διεύθυνση και αντίθετες φορές και μετά την κρούση οι μάζες μένουν ενωμένες, να βρείτε την κοινή τους ταχύτητα.

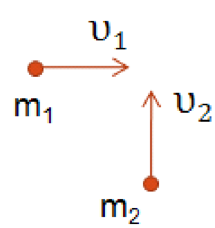
(Απ. V=4 m/s)

6. Το βλήμα μάζας m=1 kg κινείται με ταχύτητα υ_o=100 m/s και σφηνώνεται σε αρχικά ακίνητο ξύλο μάζας M=9 kg. Να βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος.



(Απ. V=10 m/s)

7. Ποια είναι η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών του παρακάτω σχήματος;

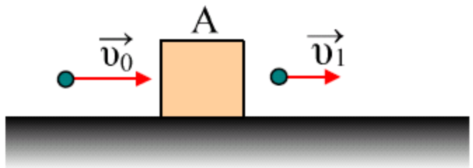


(Απ. $p=\sqrt{(m_1\upsilon_1)^2+(m_2\upsilon_2)^2}$, $\varepsilon\varphi\varphi=\dfrac{m_2\upsilon_2}{m_1\upsilon_1}$ όπου φ η γωνία που σχηματίζει η $\vec{p}$ με την $\vec{p}_1$)

8. Δύο σφαίρες με μάζες m_1=8 kg και m_2=2 kg κινούνται με ταχύτητες υ_1=10 m/s και υ_2=20 m/s, ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς. Αν οι σφαίρες μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα και η διάρκεια της κρούσης είναι 10^{-2} s, να βρείτε την μέση δύναμη που δέχεται κάθε σφαίρα κατά την κρούση.

(Απ. $\bar{F}_1=\bar{F}_2=4800N$ με αντίθετες φορές)

9. Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας Μ=2 kg. Ένα βλήμα μάζας m=0,1 kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_o$=100 m/s, συγκρούεται με το σώμα Α, το διαπερνά σε χρόνο Δt=0,2 s και εξέρχεται με ταχύτητα $υ_1$=20 m/s.



Α. Βρείτε την αρχική ορμή του βλήματος.

Β. Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος Α μετά την κρούση.

Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του βλήματος;

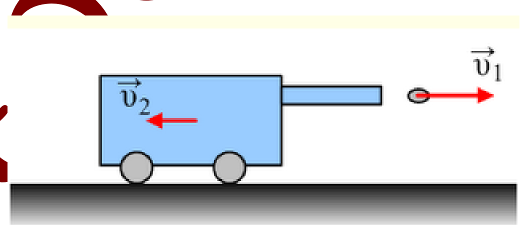
Δ. Βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά το πέρασμά του μέσα από το σώμα Α.

Ε. Αν το σώμα Α παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2, πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Α, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει;

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.

(Απ. Α. p_o=10 kg·m/s, Β. V=4 m/s, Γ. Δp=-8 kg·m/s, Δ. $\overline{F}=-40N$, Ε. x=4 m)

10. Πάνω σε όχημα με μάζα 800 kg υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας 10 kg, οριζόντια, με ταχύτητα 200 m/s, προς τα δεξιά.



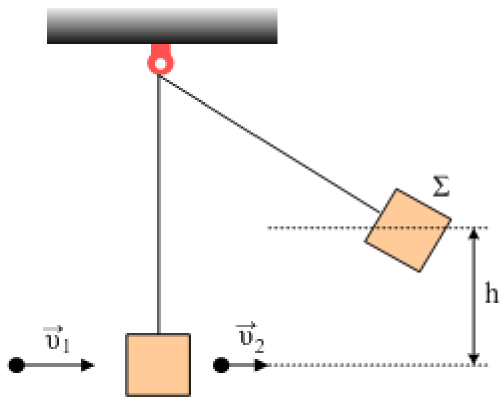
Ποια είναι η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση αν:

Α. Το όχημα ήταν ακίνητο και

Β. αν είχε ταχύτητα 4 m/s αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν του βλήματος.

(Απ. Α. $υ_2$=2.5 m/s, Β. $υ_2{'}$=6.5 m/s)

11. Ένα σώμα Σ μάζας M=2 kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός νήματος μήκους l=2,5 m. Σε μια στιγμή στο σώμα Σ προσπίπτει ένα βλήμα μάζας m_1=0,1 kg με ταχύτητα $υ_1$=200 m/s, το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα $υ_2$=100 m/s.



Α. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες;

1) Κατά τη διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή του βλήματος.

2) Η ορμή του συστήματος σώμα Σ-βλήμα, διατηρείται κατά την κρούση.

3) Η Μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση.

4) Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται μέχρι να ανέβει σε ύψος h. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

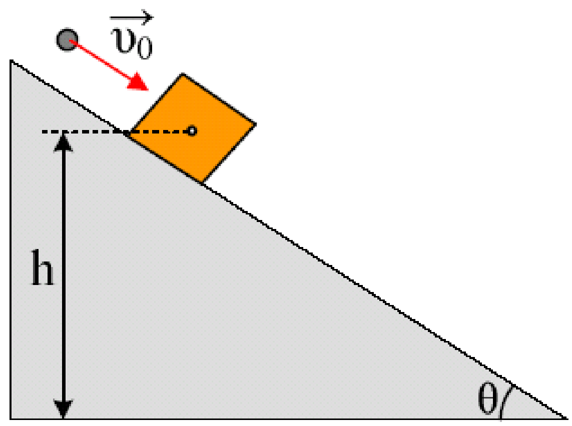
Β. Ποια ταχύτητα αποκτά το σώμα Σ μετά την κρούση;

Γ. Να υπολογίσετε το ύψος h.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. Α. 1) Λ, 2) Σ, 3) Λ, 4) Σ, Β. V= 5 m/s, Γ. h=1.25 m)

12. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας M=950 g ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30° σε ύψος h=2,5 m από το οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ένα βλήμα μάζας m=50 g το οποίο κινείται παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο με ταχύτητα $υ_o$=100 m/s σφηνώνεται στο κιβώτιο. Το συσσωμάτωμα μετά από 1 s φτάνει στην βάση του επιπέδου.



Α. Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

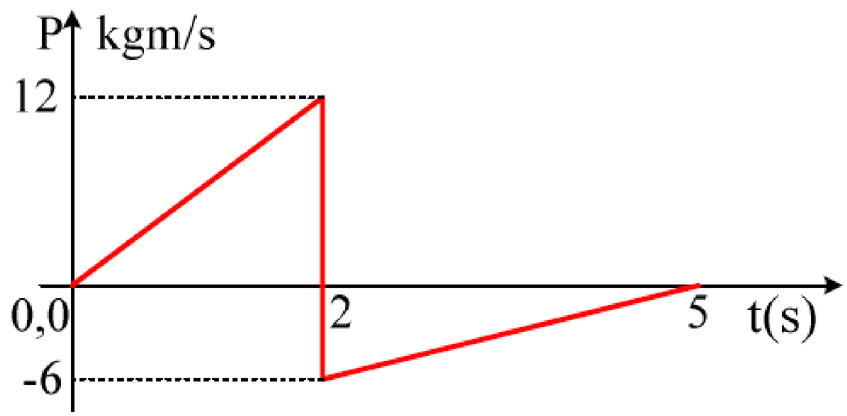
Β. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

<u>Υπόδειξη:</u> Β. Προσοχή: Το συσσωμάτωμα πραγματοποιεί <u>ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση</u> ή μήπως <u>ευθύγραμμη ομαλή κίνηση</u>;

(Απ. Α. V=5 m/s, Β. $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$)

13. Ένα σώμα Α, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F και τη στιγμή t_1=2 s, συγκρούεται με ακίνητο σώμα Β. Τη στιγμή της κρούσης, σταματά και η δράση της δύναμης F, ενώ η κρούση διαρκεί απειροελάχιστα. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η ορμή του σώματος Α σε συνάρτηση με το χρόνο.



Α. Για την κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων να βρεθούν:

1. Η μεταβολή της ορμής του σώματος Α.

2. Η ορμή που απέκτησε το σώμα Β μετά την κρούση.

Β. Να βρεθεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα Α από το επίπεδο.

Γ. Ποιο το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F;

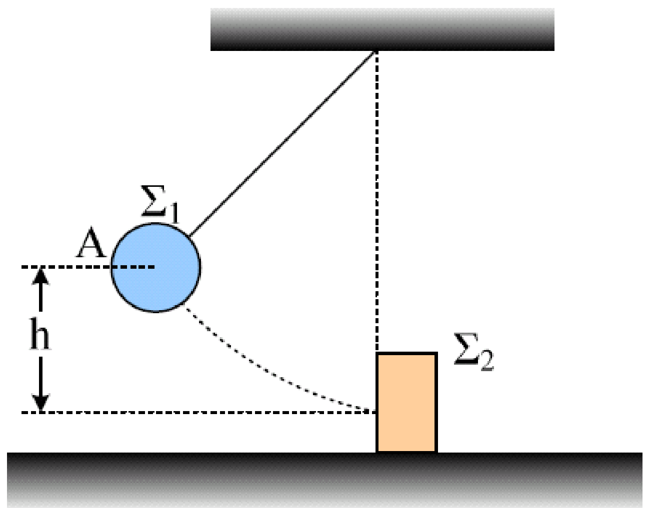
Δ. Αν η μάζα του σώματος Α είναι m=2 kg, να βρεθούν:

1. Το έργο της τριβής στο χρονικό διάστημα από 2s-5s.

2. Η ισχύς της δύναμης F τη χρονική στιγμή t_2=1s.

(Απ. Α. 1. Δp_A=-18 kg·m/s, 2. Δp_B=18 kg·m/s, Β. Τ=2 Ν, Γ. F=8 N, Δ. 1. W_T=-9 J, 2. P=24 W)

14. Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=4 kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος και αφήνεται να κινηθεί από ύψος h=0,2 m, όπως στο σχήμα, από τη θέση Α. Μόλις το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1 kg.



Αν g=10 m/s^2 τότε:

Α. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ πριν την κρούση.

Αν μετά την κρούση το σώμα $Σ_1$ έχει ταχύτητα ίδιας κατεύθυνσης και μέτρου $υ_1$=1,2 m/s, να βρεθούν:

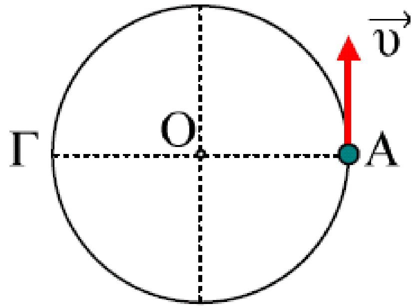
Β. Το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο $Σ_2$ κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Γ. Η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα $Σ_1$ στη διάρκεια της κρούσης, αν η διάρκειά της είναι Δt= 0,2 s.

<u>Υπόδειξη:</u> Β. Αρχικά να εφαρμόσετε Α.Δ.Ο για την κρούση έτσι ώστε να βρείτε την ταχύτητα που αποκτά το σώμα $Σ_2$ μετά την κρούση. Στη συνέχεια να εφαρμόσετε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα $Σ_2$ κατά τη διάρκεια της κρούσης.

(Απ. Α. υ=2 m/s, Β. W=5.12 J, Γ. $\bar{F} = -16N$)

15. Ένα σώμα μάζας m=2 kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα υ=5 m/s σε κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας R=10 m.



Α. Υπολογίστε την ορμή του σώματος στη θέση Α.

Β. Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή ή όχι;

Γ. Βρείτε την μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Γ.

Δ. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση Α;

Υπόδειξη: Δ. Από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα γνωρίζουμε ότι:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

→ Στην ομαλή κυκλική κίνηση η συνισταμένη δύναμη παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου.

(Απ. Α. p_A=10 kg·m/s, Β. Όχι, Γ. $\Delta p=p_\Gamma-p_A$=-20 kg·m/s, Δ. $\frac{\Delta p}{\Delta t}$=5 kg·m/s^2)

16. Διαστημόπλοιο κινείται στο διάστημα με υ=1000 m/s και ξαφνικά σπάει σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1=4m_2$. Αν τα κομμάτια κινούνται στην ίδια διεύθυνση και η m_1 κινείται με ταχύτητα υ_1=2000 m/s, τότε να βρείτε την ταχύτητα της m_2.
(Απ. υ_2=-3000 m/s)

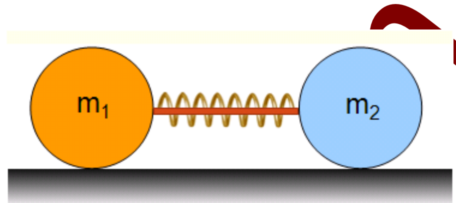
17. Ένας άνθρωπος μάζας m_1=60 kg βρίσκεται στην μια άκρη μιας βάρκας μάζας m_2=120 kg. Αν το μήκος της βάρκας είναι S=3 m και ο άνθρωπος το διανύει με σταθερή ταχύτητα σε χρόνο t=20 s τότε να βρείτε:

Α. πόσο θα μετακινηθεί η βάρκα προς τα δεξιά;

Β. την ταχύτητα και το διάστημα που διανύει ο άνθρωπος ως προς το νερό.

(Απ. Α. S΄=1 m, Β. υ_1=0.1 m/s, S΄΄=2 m)

18. Δύο σφαίρες με μάζες m_1=4 kg και m_2=1 kg βρίσκονται στις άκρες συσπειρωμένου ελατηρίου. Αν κόψουμε το νήμα που είναι δεμένες οι δύο σφαίρες και η m_1 εγκαταλείψει το ελατήριο με ταχύτητα υ_1=10 m/s, τότε να βρείτε την ταχύτητα υ_2 που εγκαταλείπει η m_2 το ελατήριο.



(Απ. υ_2=40 m/s)

19. Από την κάνη πυροβόλου μάζας M=100 kg εξέρχεται οριζόντια βλήμα, μάζας m=1 kg, με ταχύτητα υ=1000 m/s. Να βρείτε την ταχύτητα ανάκρουσης του πυροβόλου.

(Απ. V=10 m/s)

20. Κυνηγός βρίσκεται πάνω σε μια ακίνητη βάρκα και πυροβολεί στον αέρα μια φορά. Η κάνη του όπλου σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ=60^o και το βλήμα, μάζας m_β=0.1 kg βγαίνει από την κάνη με υ_o=500 m/s. Αν η μάζα του συστήματος άνθρωπος-όπλο-βάρκα είναι m=100 kg, τότε να βρείτε την ταχύτητα με την οποία θα κινηθεί η βάρκα μετά τον πυροβολισμό.

(Απ. υ=0.25 m/s)

ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

Περιοδικό φαινόμενο λέγεται το φαινόμενο που επαναλαμβάνεται με ίδιο τρόπο.

→ Κάθε περιοδικό φαινόμενο ολοκληρώνεται μέσα σ΄ ένα ορισμένο χρόνο που λέγεται **περίοδος** και αποτελεί ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά του.

<u>Παραδείγματα</u>

- Η περιστροφή της Γης γύρω από τον Ήλιο <u>σε ένα έτος</u>.
- Το ημερονύχτιο <u>σε μία μέρα</u>.
- Η παλίρροια <u>σε 12 ώρες</u>.

Περίοδος Τ ενός περιοδικού φαινομένου λέγεται ο χρόνος που χρειάζεται για να πραγματοποιηθεί μία φορά το φαινόμενο.

→ Η **συχνότητα** αποτελεί επίσης ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά του περιοδικού φαινομένου.

Συχνότητα f ενός περιοδικού φαινομένου λέγεται το φυσικό μέγεθος που εκφράζεται με το πηλίκο του αριθμού Ν των επαναλήψεων του φαινομένου προς τον χρόνο t μέσα στον οποίο πραγματοποιήθηκαν.

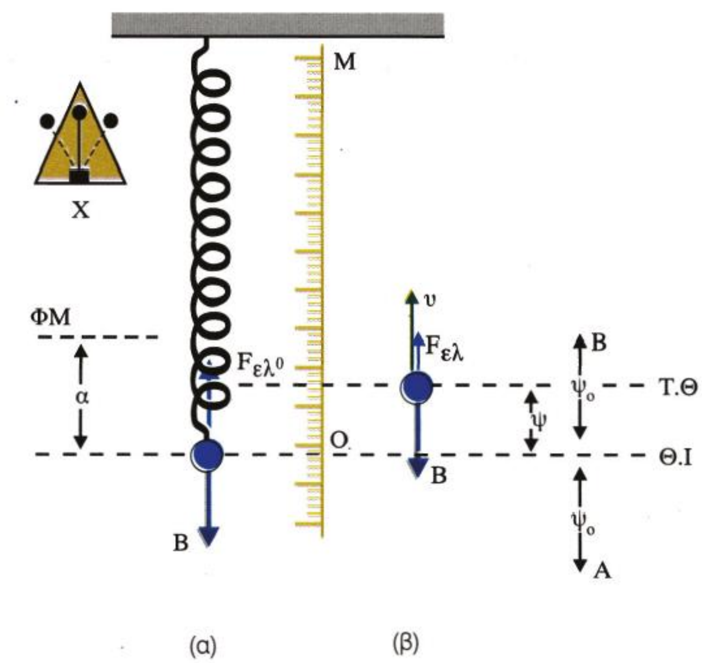
$$f = \frac{\mathrm{N}}{t}$$

Αφού σε χρόνο μιας περιόδου το φαινόμενο πραγματοποιείται μία φορά, εύκολα προκύπτει ότι η συχνότητα και η περίοδος ενός περιοδικού φαινομένου συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{\mathrm{T}}$$

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΙΔΑΝΙΚΟ ΕΛΑΤΗΡΙΟ

Για τη μελέτη της ταλάντωσης που πραγματοποιεί σώμα με τη βοήθεια ελατηρίου χρειαζόμαστε ένα ιδανικό ελατήριο (με σταθερά k και φυσικό μήκος l_o), ένα συμπαγές σφαιρικό σώμα (μάζας m) ένα χρονόμετρο Χ και μία μετροταινία Μ.



→ Η θέση Ο λέγεται θέση Ισορροπίας (Θ.Ι.) διότι εκεί το σώμα ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του Β και της δύναμης που δέχεται από το ελατήριο (α).
Από τη συνθήκη ισορροπίας προκύπτει ότι:

$$k\alpha = mg$$

όπου α η επιμήκυνση του ελατηρίου.

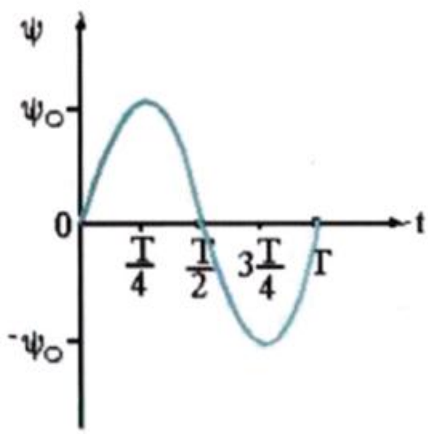
→ Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση Ο και το μεταφέρουμε κατακόρυφα πιο κάτω στη θέση Α και το αφήσουμε ελεύθερο, τότε αυτό <u>θα εκτελέσει ταλάντωση και μάλιστα γραμμική</u> διότι η ταλάντωση πραγματοποιείται μεταξύ δύο ακραίων θέσεων Α και Β και είναι και ευθύγραμμη.
Μετρώντας με τη μετροταινία, λαμβάνοντας ως αφετηρία τη Θ.Ι., βρίσκουμε ότι η μέγιστη τιμή ΟΑ του μέτρου της μετατόπισης του σώματος όταν αυτό κινείται <u>κάτω από τη Θ.Ι.</u> του είναι ψ_o. Αντίστοιχα βρίσκουμε ότι η μέγιστη τιμή ΟΒ του μέτρου της μετατόπισης του σώματος όταν αυτό κινείται <u>πάνω από τη Θ.Ι.</u> του είναι πάλι ψ_o (ΟΑ=ΟΒ).

Ονομάζουμε **απομάκρυνση ψ** την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του σώματος από τη θέση ισορροπίας και **πλάτος ψ_o** τη μέγιστη τιμή του μέτρου της.

Πίνακας τιμών της απομάκρυνσης σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές.

ψ	t
0	0
Ψ_0	T/4
0	T/2
$-\Psi_0$	3T/4
0	T

Η απομάκρυνση είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.



→ **<u>Γραμμική αρμονική ταλάντωση</u>** λέγεται η ταλάντωση που πραγματοποιεί ένα σώμα όταν η τροχιά του είναι ευθεία γραμμή και η απομάκρυνσή του είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

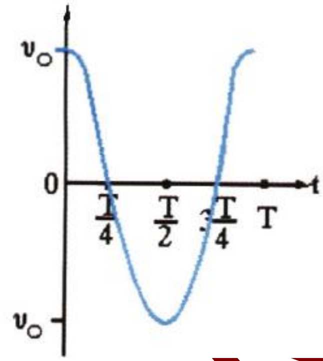
Εξισώσεις Κίνησης:

Η εξίσωση που περιγράφει την απομάκρυνση ενός σώματος που πραγματοποιεί Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση (Γ.Α.Τ), θεωρώντας μηδέν τη χρονική στιγμή που το σώμα περνά από τη Θέση Ισορροπίας (Θ.Ι.) του, είναι:

$$\psi=\psi_o\eta\mu\omega t$$

όπου ψ_o το πλάτος της ταλάντωσης και $\omega=2\pi/T=2\pi f$ η κυκλική συχνότητα.

Αποδεικνύεται ότι η ταχύτητα είναι συνημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.



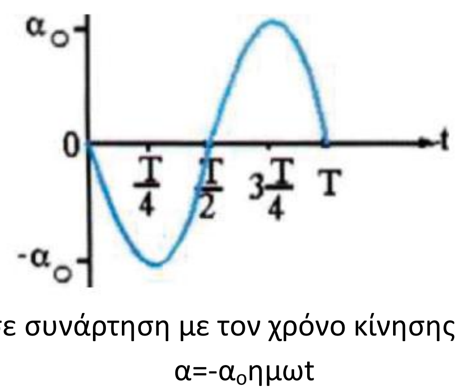
Η εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο κίνησης είναι:

$$\upsilon=\upsilon_o\sigma\upsilon\nu\omega t$$

όπου υ_o το πλάτος της.

Αποδεικνύεται ότι ισχύει: $\upsilon_o=\omega\psi_o$

Η επιτάχυνση είναι μετατοπισμένη κατά Τ/2 ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.



Η εξίσωση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης είναι:

$$\alpha=-\alpha_o\eta\mu\omega t$$

όπου α_o το πλάτος της.

Αποδεικνύεται ότι ισχύει: $\alpha_o=\omega^2\psi_o$

- Όταν το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του, τότε η απομάκρυνσή του είναι ίση με μηδέν, η ταχύτητά του είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή) και η επιτάχυνσή του είναι ίση με μηδέν.
- Όταν το σώμα περνά από τις ακραίες θέσεις του, τότε η απομάκρυνσή του είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή), η ταχύτητά του είναι ίση με μηδέν και η επιτάχυνσή του μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή).

Πίνακας τιμών της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές.

t	Ψ	υ	α
0	0	$υ_0$	0
T/4	$Ψ_0$	0	$-α_0$
T/2	0	$-υ_0$	0
3T/4	$-Ψ_0$	0	$α_0$
T	0	$υ_0$	0

<u>Περίοδος:</u>

Αποδεικνύεται ότι η περίοδος σώματος δεμένου στο άκρο ελατηρίου εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και το είδος του ελατηρίου και μάλιστα:

- ✓ είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της μάζας του σώματος
- ✓ αντίστροφα ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της σταθεράς του ελατηρίου

Η περίοδος δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Για να εκτελεί ένα σώμα **Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση** πρέπει σε τυχαία θέση της τροχιάς του η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται:

- να έχει τιμή ανάλογη με την απομάκρυνση
- να έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας

Η μαθηματική σχέση της ζητούμενης συνθήκης είναι:

$$\mathbf{F_{ολ}=-Dψ}$$

όπου **D** είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της ταλάντωσης και λέγεται **σταθερά επαναφοράς**.

Ισχύει ότι: $\omega=\sqrt{\dfrac{D}{m}}$ ή $\mathrm{T}=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}}$

Οι παραπάνω σχέσεις είναι γενικές και ισχύουν για κάθε Γ.Α.Τ.

<u>Προσοχή:</u> → Στην περίπτωση του ελατηρίου είναι D=k.

<u>Ενέργεια:</u>

Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ανά πάσα στιγμή ίση με το άθροισμα δύο προσθετέων:

1) **της κινητικής ενέργειας** που έχει το σώμα λόγω ταχύτητας

$$\mathrm{K}=\frac{1}{2}m\upsilon^2$$

2) **της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης** που έχει το σώμα λόγω απομάκρυνσης

$$U_{\mathrm{T}}=\frac{1}{2}D\psi^2 \quad \text{(Για το ελατήριο είναι } D=k\text{)}$$

Επομένως η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$\mathrm{E_T}=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}D\psi^2$$

<u>Προσοχή:</u> → **Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή** → $\mathrm{E_T}=\sigma\tau\alpha\theta.$

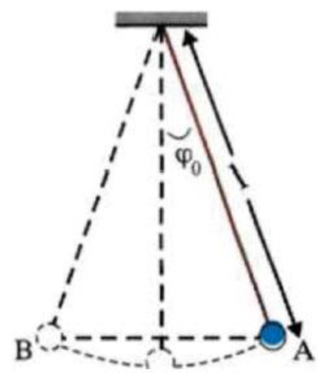
ΑΠΛΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Το απλό εκκρεμές είναι μία ιδανική διάταξη που αποτελείται από ένα σώμα Σ μάζας m δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους l το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο (α).

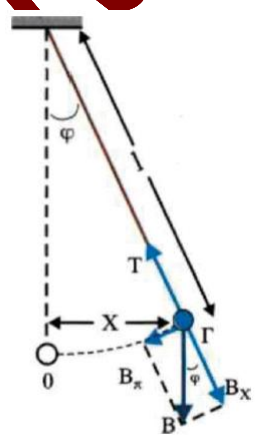
→ Αρχικά το σώμα ηρεμεί στη Θ.Ι. του Ο, όπου το νήμα <<δείχνει>> και την κατακόρυφη του τόπου. Αν στη συνέχεια απομακρύνουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του και το αφήσουμε ελεύθερο τότε αυτό θα εκτελέσει ταλάντωση (β).

→ Με καλή προσέγγιση και για μικρές γωνίες ($\varphi_o \leq 3^o$) αποδεικνύεται ότι το σώμα εκτελεί Γ.Α.Τ.

(α) (β)



→ Οι δυνάμεις βάρος και τάση του νήματος υποχρεώνουν το σώμα να εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση.



Αποδεικνύεται μετά από πράξεις ότι:

$$F_{o\lambda} = \frac{mg}{l}x$$

Περίοδος:

Η περίοδος απλού εκκρεμούς:

- είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα του μήκους του
- αντίστροφα ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της επιτάχυνσης της βαρύτητας

Ισχύει ότι:

$$D = \frac{mg}{l}$$

Η μαθηματική έκφραση της περιόδου είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ασκήσεις:

1. Η απομάκρυνση υλικού σημείου που κάνει Γ.Α.Τ. σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την σχέση:

$$\psi = 10\eta\mu\frac{\pi}{4}t \quad (\psi \text{ σε cm και } t \text{ σε s})$$

Α. Να βρείτε το πλάτος ψ_o, και την συχνότητα f της Γ.Α.Τ.

Β. Να βρείτε την απομάκρυνση ψ_1 και την ταχύτητα υ_1, τη χρονική στιγμή t_1=1 s.

(Απ. Α. ψ_o=10 cm, f =0.125 Hz, Β. $\psi_1=5\sqrt{2}$ cm, $\upsilon_1 = \frac{5\pi\sqrt{2}}{4}$ cm/s)

2. Υλικό σημείο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση (Γ.Α.Τ.) πλάτους $\psi_o=10\sqrt{2}$ cm. Να βρείτε σε ποια σημεία της τροχιάς του η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια.

(Απ. ψ=±10 cm)

3. Ένα υλικό σημείο κάνει Γ.Α.Τ. με εξίσωση κίνησης την:

$$\psi = 3\eta\mu 3\pi t \quad (\psi \text{ σε cm και } t \text{ σε s})$$

Να βρείτε την απομάκρυνση ψ, την ταχύτητα υ και την επιτάχυνση α τη χρονική στιγμή $t = \frac{13}{18}s$.

(Απ. ψ=1.5 cm, $\upsilon = \frac{9\pi\sqrt{3}}{2}$ cm/s, α=-13.5π^2 cm/s^2)

4. Ένα υλικό σημείο κάνει Γ.Α.Τ. Όταν η επιτάχυνσή του είναι α_1=5 m/s^2 τότε η ταχύτητά του είναι ίση με υ_1=8 m/s και όταν η επιτάχυνσή του είναι α_2=4 m/s^2 τότε η ταχύτητά του είναι ίση με υ_2=10 m/s. Να βρείτε την περίοδο Τ της Γ.Α.Τ.

(Απ. Τ=4π s)

5. Ένα σώμα μάζας m=2 kg κάνει Γ.Α.Τ. πλάτους ψ_o=8 m. Όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του δέχεται δύναμη που έχει μέτρο F=16 N. Να βρείτε:

Α. Τη σταθερά επαναφοράς D.
Β. Τη μέγιστη ταχύτητα υ_o.
Γ. Το μέτρο της δύναμης όταν η απομάκρυνση είναι ψ=3 m.

(Απ. Α. D=2 N/m, Β. υ_o=8 m/s, Γ. F=6 N)

6. Για ένα σώμα μάζας m=10 kg που κάνει Γ.Α.Τ. πλάτους ψ_o=5 m γνωρίζουμε ότι η μέγιστη ταχύτητά του είναι υ_o=4 m/s. Να βρείτε τη δύναμη F που ασκείται στο σώμα όταν η απομάκρυνσή του είναι ψ=2 m.

(Απ. F=12.8 N)

7. Να βρείτε πόση ενέργεια έχει ένας ταλαντωτής μάζας m=2 kg που σε απομάκρυνση ψ_1=2 m έχει ταχύτητα υ_1=4 m/s και σε απομάκρυνση ψ_2=4 m έχει ταχύτητα υ_2=2 m/s.

(Απ. E_T=20 J)

8. Ένα υλικό σημείο κάνει Γ.Α.Τ. Να βρείτε το λόγο της κινητικής προς τη δυναμική του ενέργεια, τις χρονικές στιγμές που η απομάκρυνσή του είναι αντίστοιχα:

Α. $\psi=\psi_o/4$
Β. $\psi=\psi_o/2$
Γ. $\psi=\psi_o$

(Απ. Α. $\frac{K}{U}=15$, Β. $\frac{K}{U}=3$, Γ. $\frac{K}{U}=0$)

9. Να βρείτε το μήκος του νήματος εκκρεμούς που κάνει 180 πλήρεις αιωρήσεις μέσα σε 2 min και σε τόπο όπου $g=\pi^2$ m/s^2.

(Απ. $l=\frac{1}{9}m$)

10. Η περίοδος ενός απλού εκκρεμούς είναι T=3 s. Πόση θα γίνει η περίοδός του αν το μήκος του:

Α. αυξηθεί κατά 50 %.
Β. μειωθεί κατά 50 %.

(Απ. Α. T_1=3.67 s, Β. T_2=2.12 s)

11. Δύο απλά εκκρεμή E_1 και E_2 έχουν περιόδους T_1=2 s και T_2=1.99 s, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τον χρόνο t μεταξύ δύο διαδοχικών συμπτώσεων των εκκρεμών.
Σημείωση: Δύο εκκρεμή λέμε ότι βρίσκονται σε σύμπτωση ή σε συγχρονισμό όταν έχουν την ίδια διεύθυνση και κινούνται με την ίδια φορά.

Υπόδειξη: Αν υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 τα δύο εκκρεμή συμπίπτουν, τότε έστω ότι αυτά θα ξανασυμπέσουν μετά από χρόνο t. Τότε το E_2 (είναι πιο γρήγορο από το E_1) θα έχει κάνει μια πλήρη αιώρηση παραπάνω από το E_1. Έτσι λοιπόν αν σε χρόνο t το E_1 κάνει N πλήρεις αιωρήσεις τότε στον ίδιο χρόνο το E_2 θα κάνει N+1 πλήρεις αιωρήσεις.

(Απ. t=398 s)

12. Δύο απλά εκκρεμή βρίσκονται στον ίδιο τόπο. Το ένα προηγείται 15 min την ώρα ενώ το άλλο καθυστερεί 15 min την ώρα. Να βρείτε το λόγο των μηκών των νημάτων των δύο εκκρεμών.

(Απ. $\frac{l_1}{l_2}=\frac{9}{25}$)

13. Ένα απλό εκκρεμές κάνει 100 πλήρεις αιωρήσεις σε 2 min ενώ ένα άλλο κάνει 200 πλήρεις αιωρήσεις στον ίδιο χρόνο και στον ίδιο τόπο. Να βρείτε το λόγο των μηκών των δύο εκκρεμών.

(Απ. $\frac{l_1}{l_2}=4$)

14. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με περίοδο T=2 s και πλάτος $ψ_o$=2 m. Αν κάποια χρονική στιγμή t η απομάκρυνσή του είναι ψ=1 m τότε να βρείτε:

Α. Την ταχύτητά του τη χρονική στιγμή t.

Β. Την επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή t.

(Απ. Α. $\upsilon = \pm\pi\sqrt{3}$ m/s, Β. α=-π^2 m/s^2)

15. Ένα σώμα μάζας m=1 Kg εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Αν μια χρονική στιγμή t, η απομάκρυνσή του είναι ψ=1 cm και η επιτάχυνσή του α=-4 m/s^2, τότε να βρείτε:

Α. Την περίοδο της ταλάντωσης.

Β. Την σταθερά επαναφοράς D.

Γ. Την δύναμη επαναφοράς την χρονική στιγμή t.

(Απ. Α. $\mathrm{T} = \frac{\pi}{10} s$, Β. D=400 N/m, Γ. F=-4 N)

ΧΡΗΣΙΜΟΙ ΤΥΠΟΙ

ΒΑΣΙΚΟΙ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

$$\varepsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

$$\eta\mu 2\omega = 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\omega = \sigma\upsilon\nu^2\omega - \eta\mu^2\omega = 1 - 2\eta\mu^2\omega = 2\sigma\upsilon\nu^2\omega - 1$$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

$$\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \ x = 2\kappa\pi + \theta \text{ ή } x = 2\kappa\pi + (\pi - \theta)$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \ x = 2\kappa\pi \pm \theta$$

$$\varepsilon\phi x = \varepsilon\phi\theta \Leftrightarrow \ x = \kappa\pi + \theta$$

$$\sigma\phi x = \sigma\phi\theta \Leftrightarrow \ x = \kappa\pi + \theta$$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ

Θ	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**
Ημ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
Συν	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
Εφ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	**-**	0
θ_π	**0**	**π/6**	**π/4**	**π/3**	**π/2**	**π**