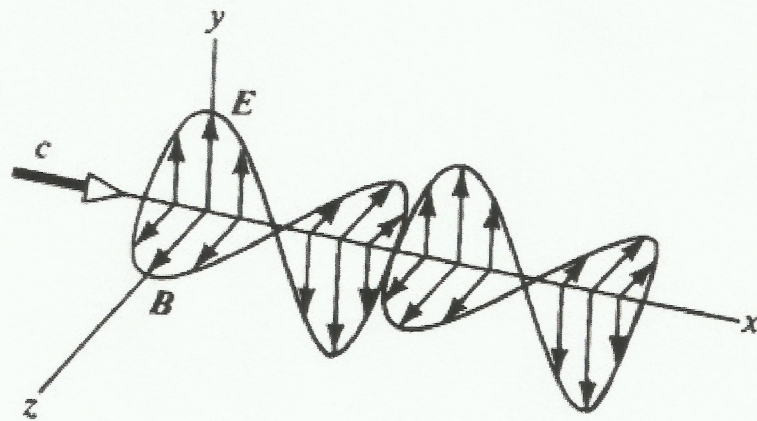


ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

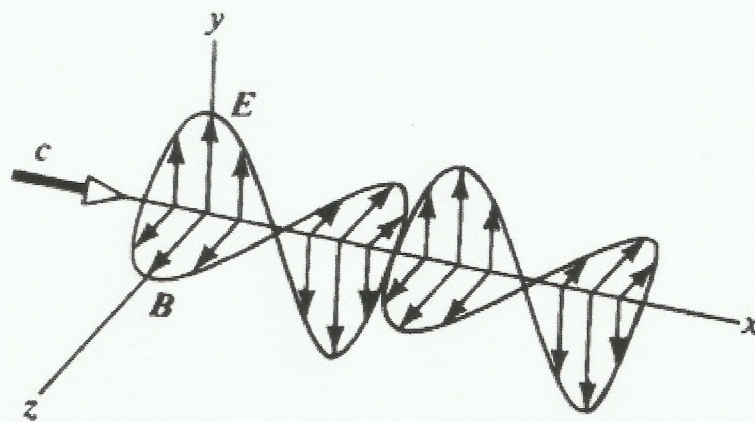


ΧΕΙΡΟΓΡΑΦΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ: Uni Student

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

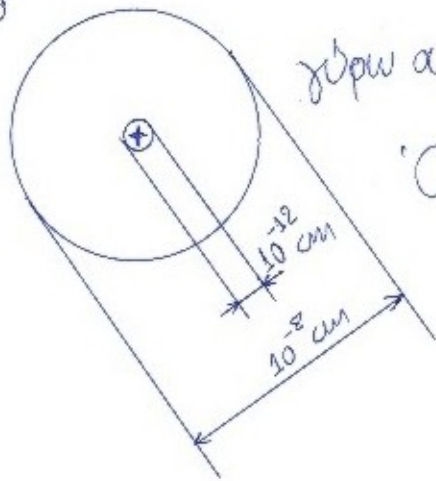


ΑΝΤΙ ΠΡΟΛΟΓΟΥ

Τα παρακάτω αποτελούν σημειώσεις του μαθήματος "Ηλεκτρομαγνητισμός" του τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών. Καλό είναι να χρησιμοποιείτε τις σημειώσεις αυτές με ένα βιβλίο δίπλα, από το οποίο θα μπορείτε να εξακριβώνετε τη θεωρία και να εμβαθύνετε στις λεπτομέρειες. Οι σημειώσεις του μαθήματος παρουσιάζονται συγκεντρωμένες και σε ευρεία έκταση.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ: Uni Student

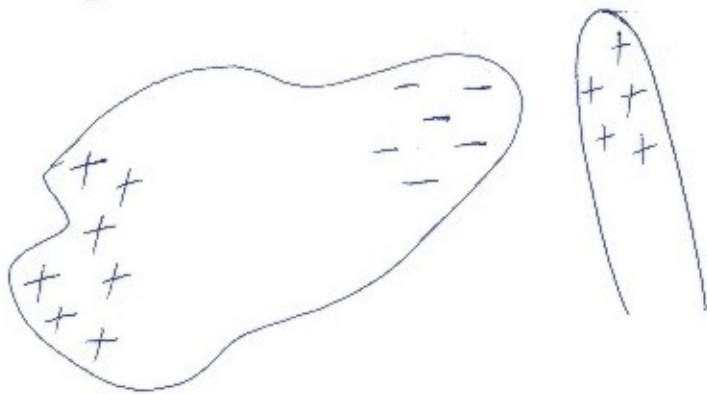
άτομο



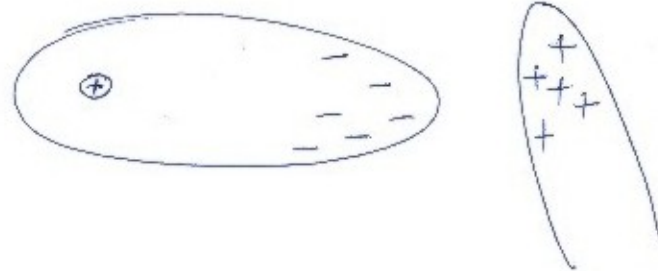
πυρήνας: p^+ η $m_p = m_n = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$
χώρω από τον πυρήνα: e^- $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

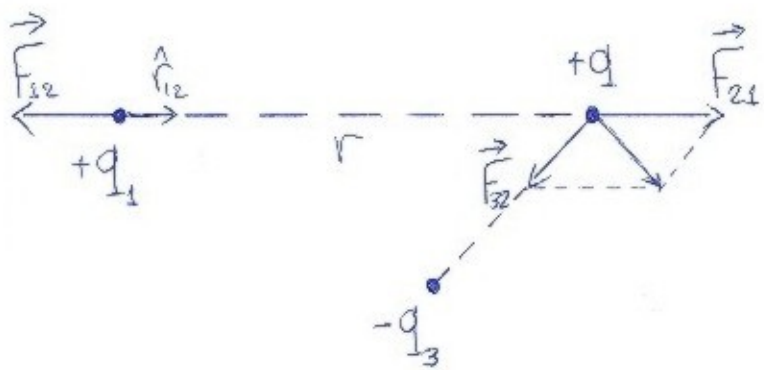
Όλα τα φορτία μαζί δίνουν ένα ουδέτερο άτομο.

Αγωγοί



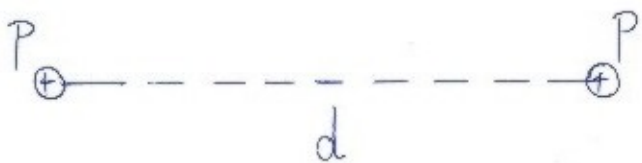
Μονωτές





$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2 K}{r^2} \hat{r}_{12}, \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad K = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right]$$

$$q_{p^+} = q_{e^-} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



$$F_{el} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{d^2} 9 \cdot 10^9 \quad (\text{Ανωτερική})$$

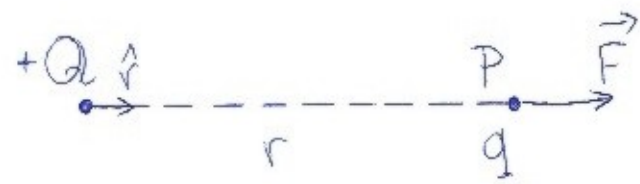
$$F_{gr} = \frac{(1,7 \cdot 10^{-27})^2}{d^2} 6,7 \cdot 10^{-11} \quad (\text{Ελκτική})$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{el} \\ F_{gr} \end{array} \right\} \frac{F_{el}}{F_{gr}} \approx 10^{36}$$

$$a_p = \frac{F_{el}}{m_p} \gg g$$

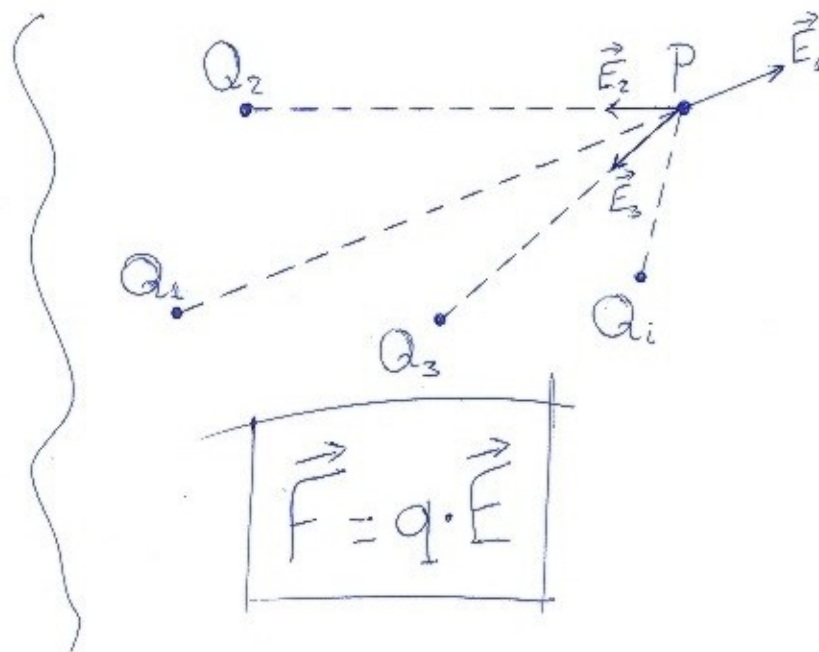


Ηλεκτρικό Πεδίο



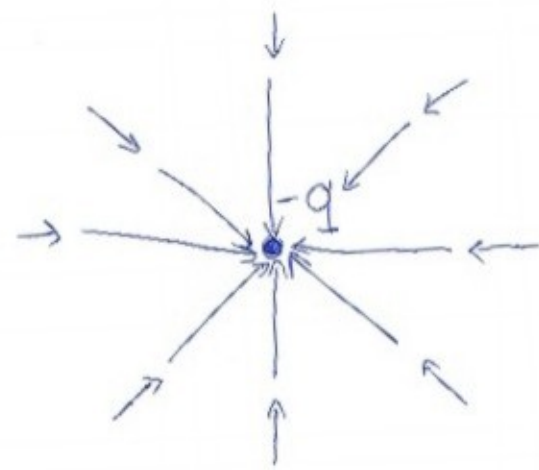
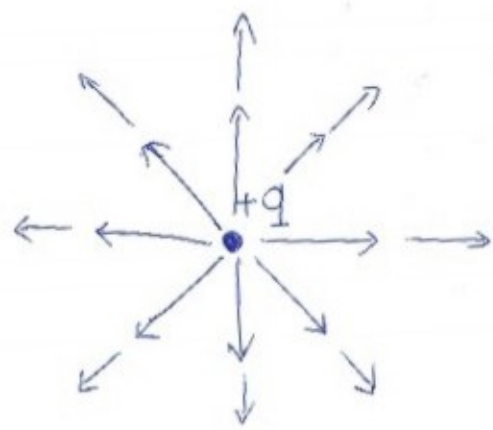
$$\vec{F} = \frac{qQk}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}_P = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Qk}{r^2} \hat{r} \quad \left[\frac{N}{C} \right]$$

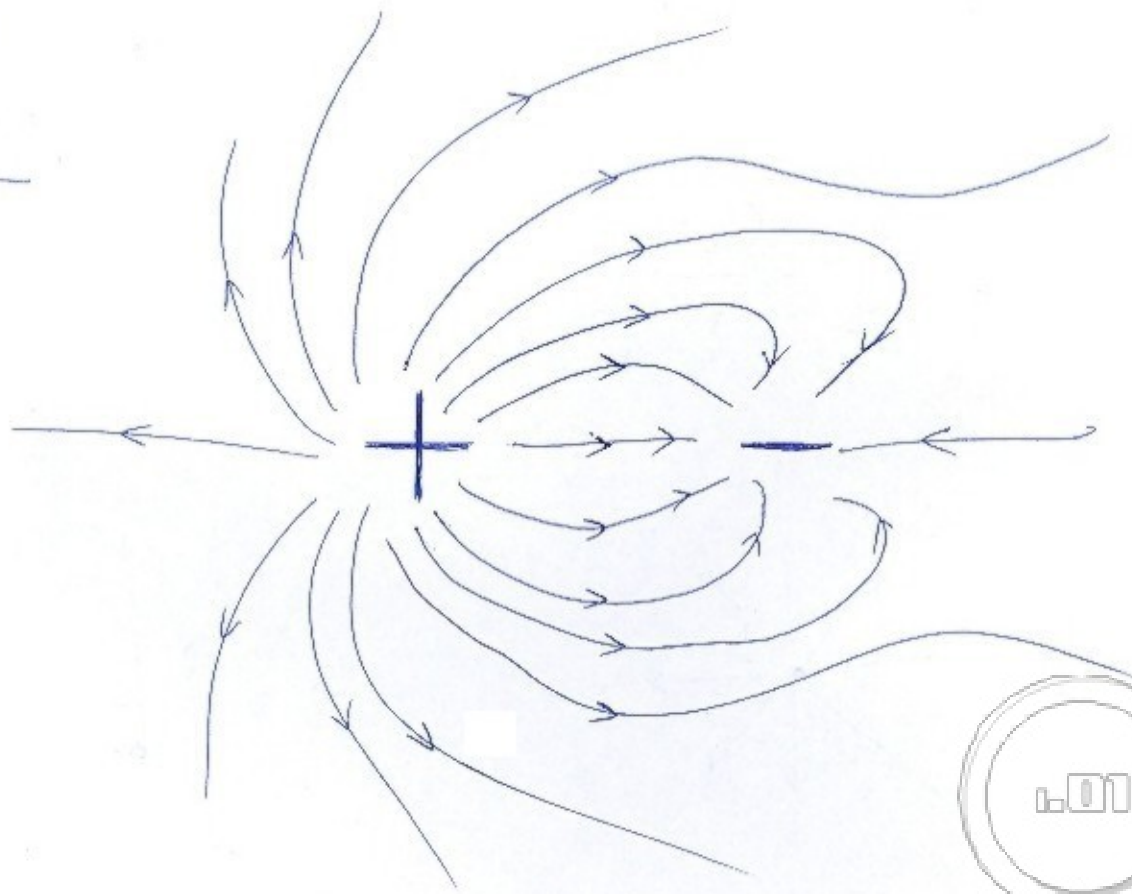
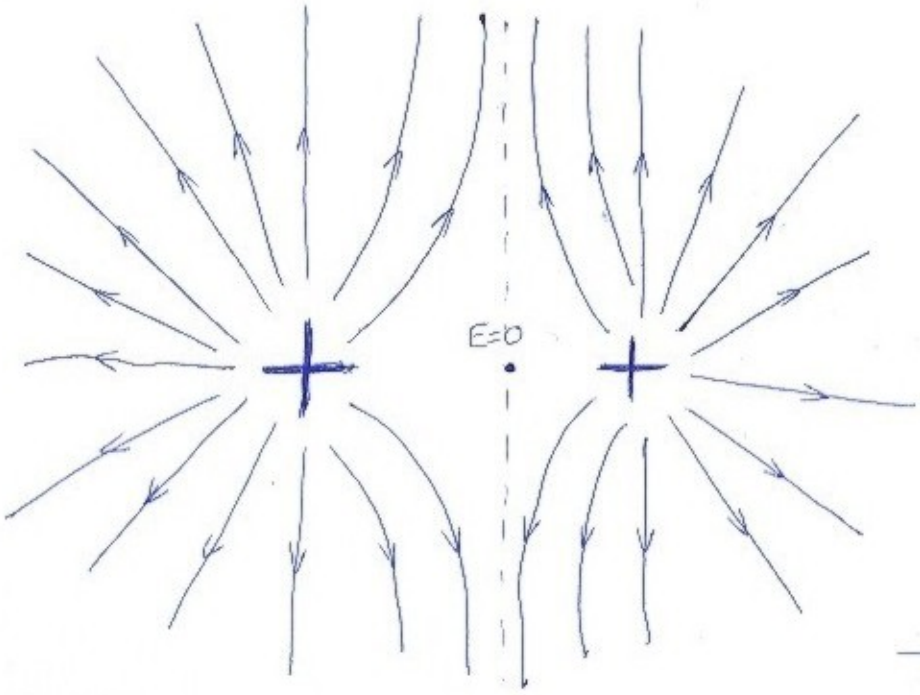
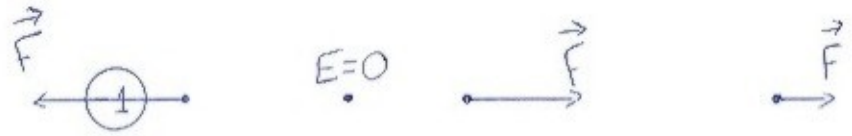


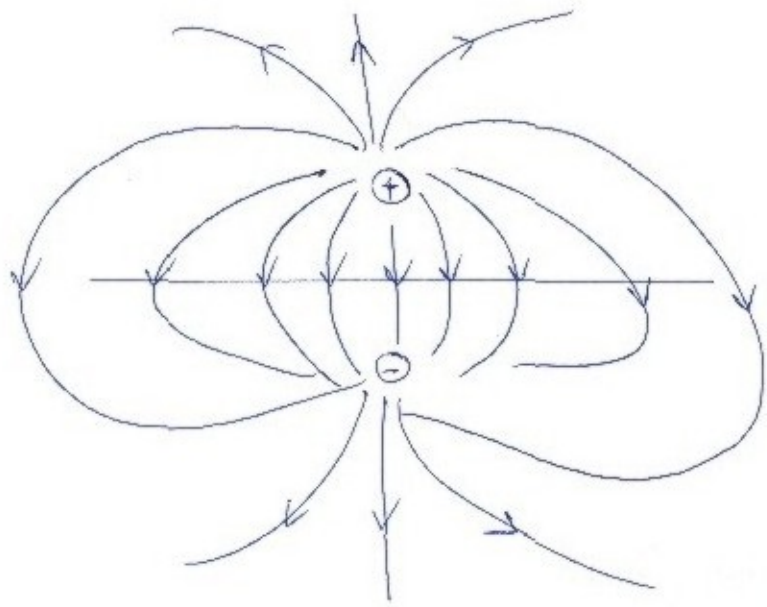
$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\sum_i \vec{E}_i$$



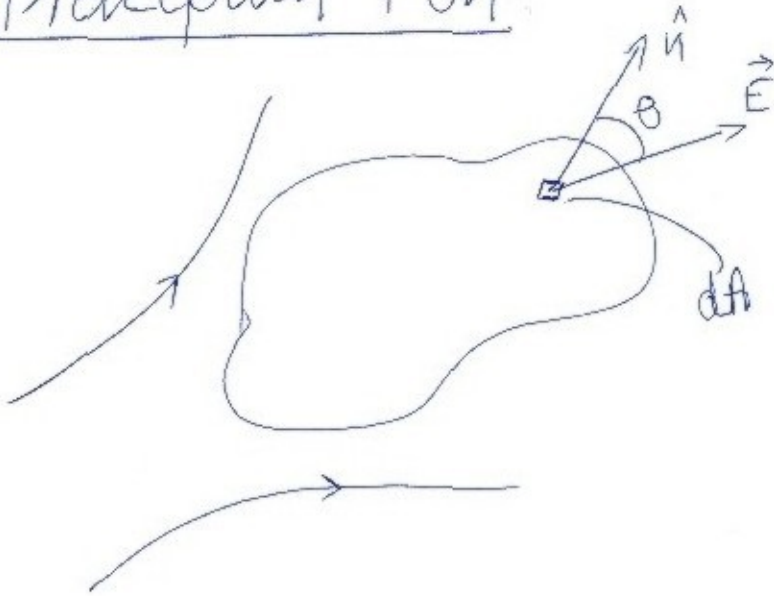
(13)





Διπόλο

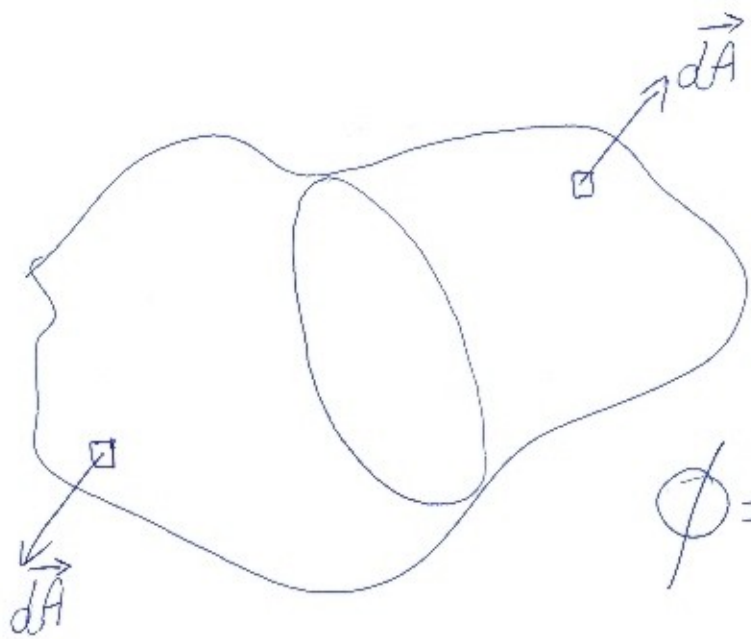
Ηλεκτρική Ροή



$$d\phi = \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E dA \cos\theta$$

$$[\phi] = \left[\frac{N}{C} m^2 \right]$$

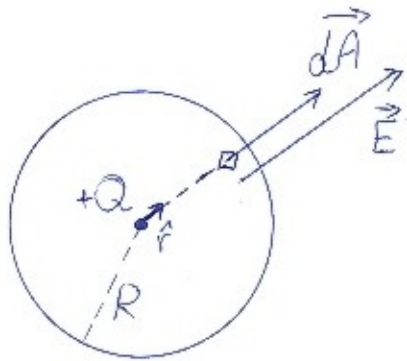




Τα κάθετα διανύσματα στην επιφάνεια, αυθαίρετα, δείχνουν πάντα προς τα έξω.

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

closed surface



$$\phi = 4\pi R^2$$

$$\vec{E}_R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \hat{r}$$

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

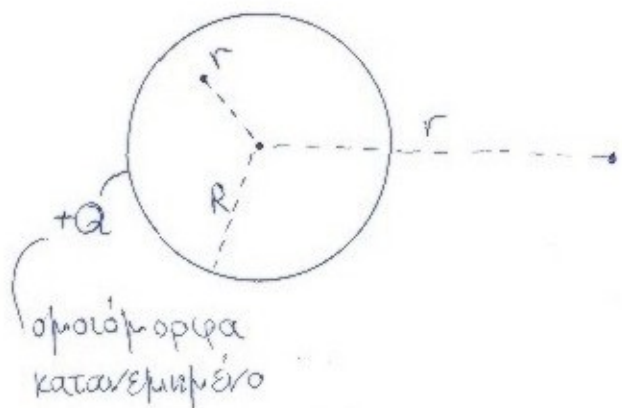
Η ροή είναι ανεξάρτητη της ακτίνας της σφαίρας. Επίσης είναι ίδια για οποιοδήποτε σχήμα (επιφάνεια).

Gauss' Law:

$$\phi = \oint_{\text{closed surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum Q_{\text{ins}}}{\epsilon_0}$$

1st Maxwell's Equation





Ποιο είναι το ηλεκτρικό πεδίο οπουδήποτε στο χώρο;

Θέματα συμμετρίας:

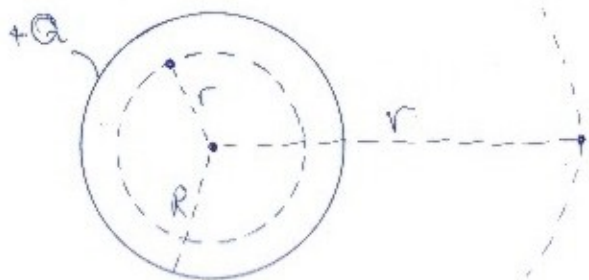
1. Το ηλεκτρικό πεδίο οπουδήποτε σε μια συγκεκριμένη απόσταση από το κέντρο πρέπει να έχει το ίδιο μέγεθος, και εδώ εφόσον το φορτίο της σφαίρας είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, έχει το ίδιο μέγεθος.
2. Το ηλεκτρικό πεδίο έχει κατεύθυνση ακτινωτά προς τα έξω ή προς τα μέσα. Εφόσον εδώ έχω θετικό φορτίο είναι ακτινωτά προς τα έξω.

Απόδειξη του 2 είναι ότι τα κάθετα διανύσματα στην επιφάνεια και το ηλεκτρικό πεδίο είναι είτε παράλληλα είτε αντιπαράλληλα. Έτσι εδώ τα διανύσματα είναι παράλληλα, εφόσον το φορτίο είναι θετικό.



Αρχικά επιλέγω την επιφάνεια Gauss:

Σε αυτό το παράδειγμα είναι φόνεντρες σφαίρες.

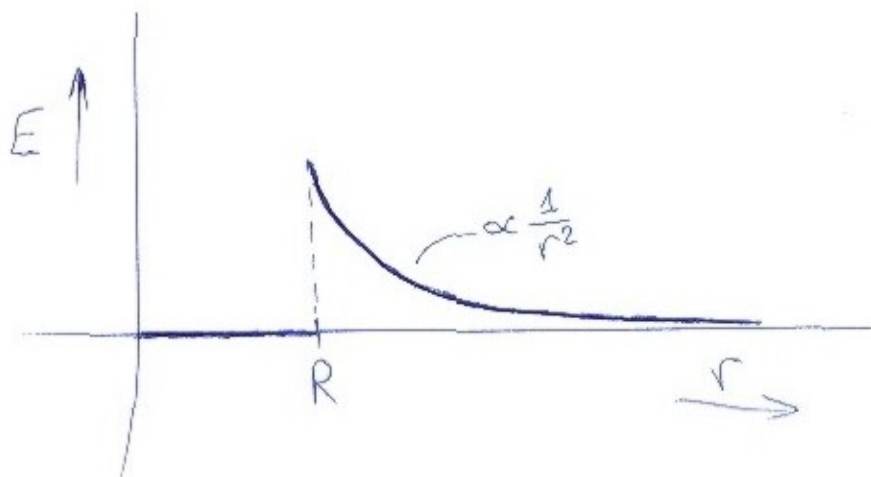


$$\text{Για } r < R: 4\pi r^2 E = \frac{Q_{\text{ins}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = 0$$

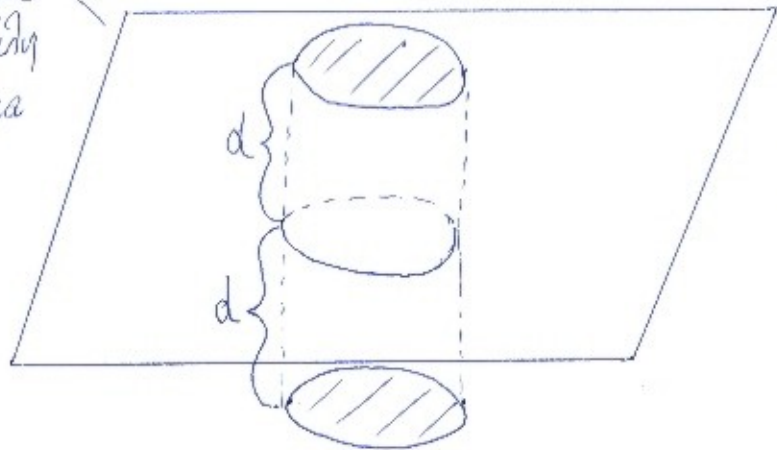
$$\text{Για } r > R: 4\pi r^2 E = \frac{Q_{\text{ins}}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Επομένως, όσο βρίσκομαι έξω από τη σφαίρα, το ηλεκτρικό πεδίο θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι προκύπτει από ένα σφαιρικό φορτίο.



Απειράς
Μεγάλη
Πλάκα



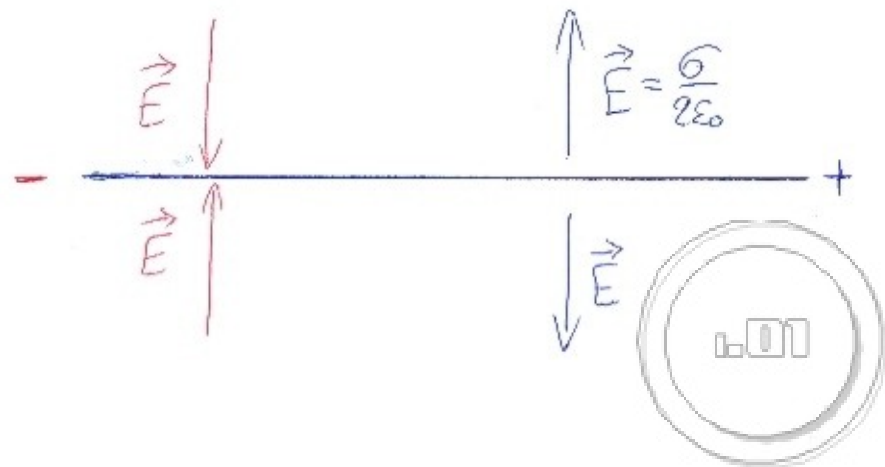
$$\sigma = \frac{Q}{A} \left[\frac{C}{m^2} \right] \Rightarrow Q = \sigma A$$

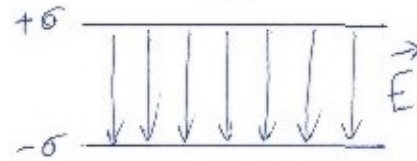
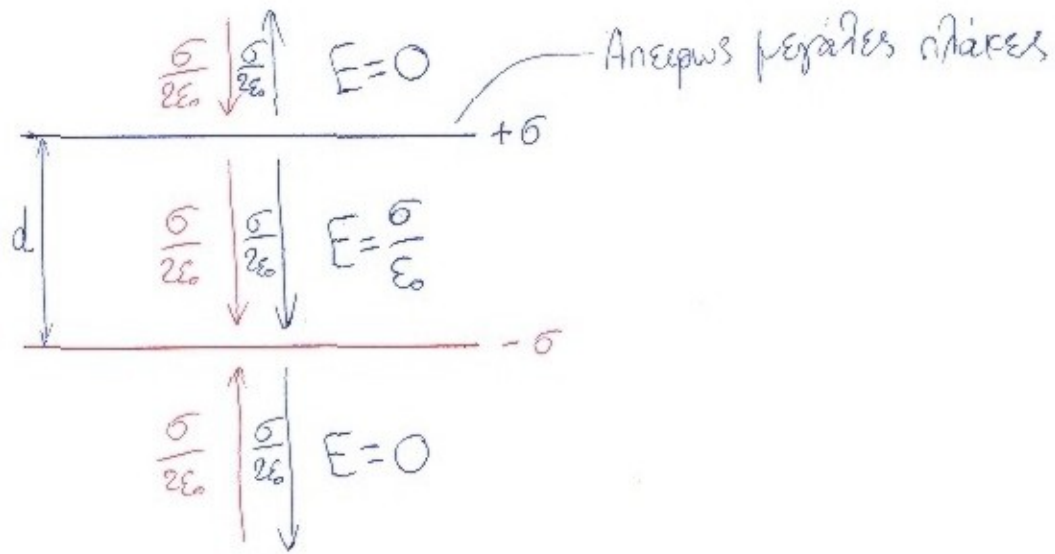
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \Rightarrow AE + AE = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

Θέματα Συμμετρίας:

1. Ίδιες και επίπεδες επιφάνειες Gauss παράλληλες στην πλάκα.
2. Οι ευθείες στο σχήμα που ορίζουν την απόσταση των επιφανειών πρέπει να είναι κάθετες στην πλάκα.
3. Οι δύο επιφάνειες απέχουν την ίδια απόσταση d από την πλάκα.

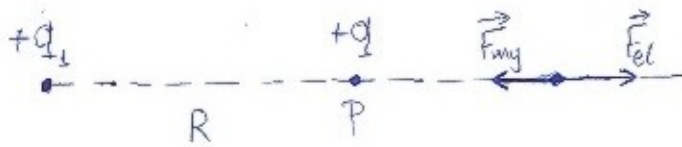
Ηλεκτρική ροή υπάρχει μόνο στις επιφάνειες και όχι στις κάθετες ευθείες, λόγω των περιορισμών που προκύπτουν από τη συμμετρία του προβλήματος.





Ηλεκτροστατική Δυναμική Ενέργεια U

Ηλεκτρικό Δυναμικό V



$$W_{mg} = \int_{\infty}^R \vec{F}_{mg} \cdot d\vec{r} = \int_R^{\infty} \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow$$

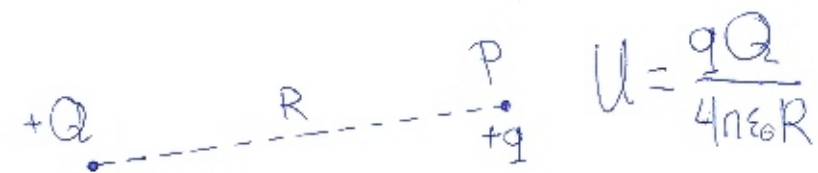
$$\Rightarrow U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad [J]$$

Δυναμική

Η ηλεκτροστατική ενέργεια είναι το έργο που πρέπει να κάνω, για να φτιάξω το σύστημα, δηλαδή να φέρω τα φορτία στις θέσεις που θέλω.

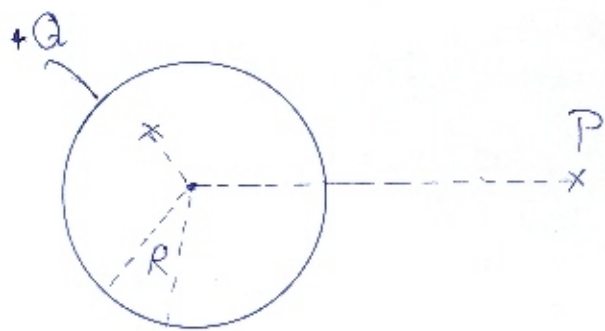
Η \vec{F}_{el} είναι συντηρητική δύναμη, και επομένως το έργο είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.





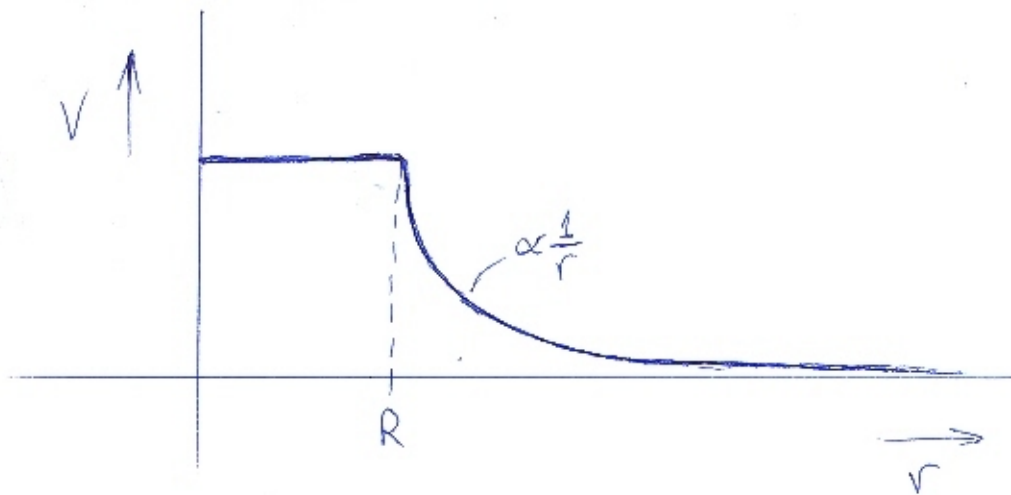
$$V_P = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\frac{1}{C} \right] = [V] \quad \text{και} \quad V_{\infty} = 0$$

Η ηλεκτρική Δυναμική είναι το έργο που πρέπει να κάνω, ανά μονάδα φορτίου, για να φέρω τα φορτία στις θέσεις τους.



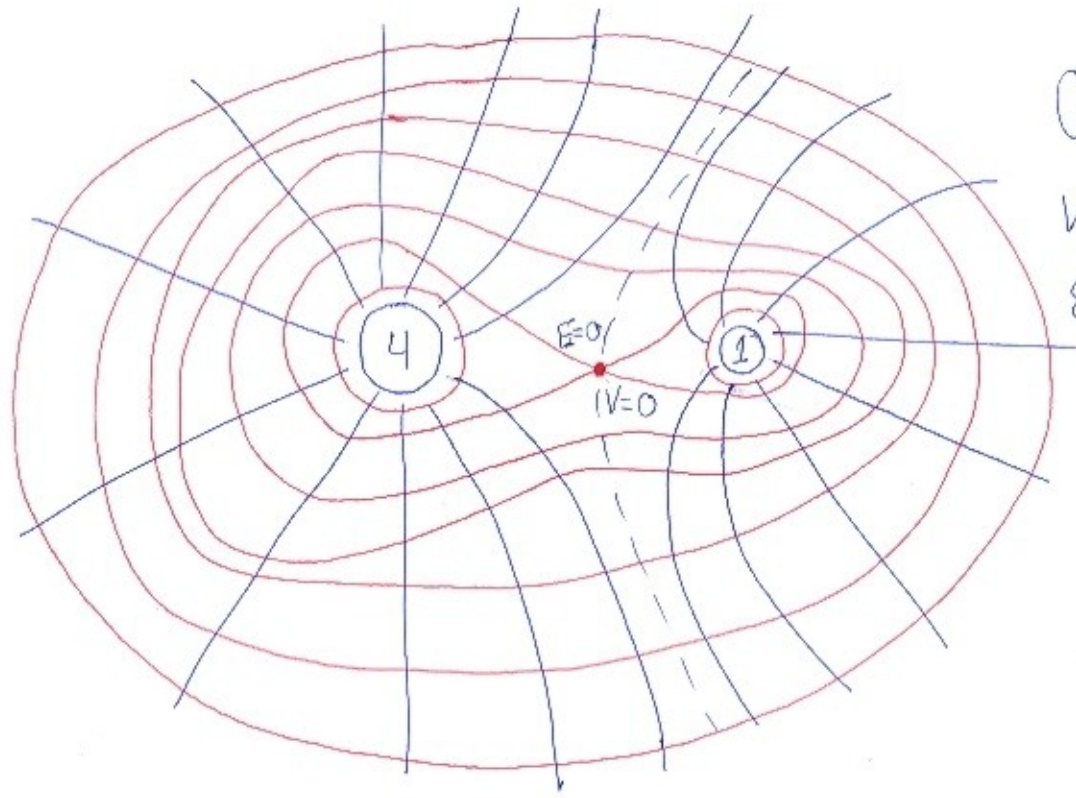
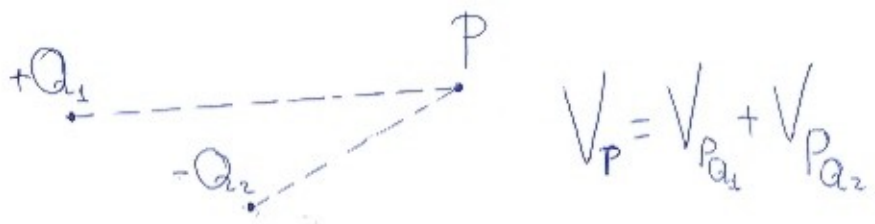
Για $r > R$: $V_P = \int_r^{\infty} \frac{\vec{F}_{el}}{q} \cdot d\vec{r} = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

Για $r < R$: $V = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} = C$

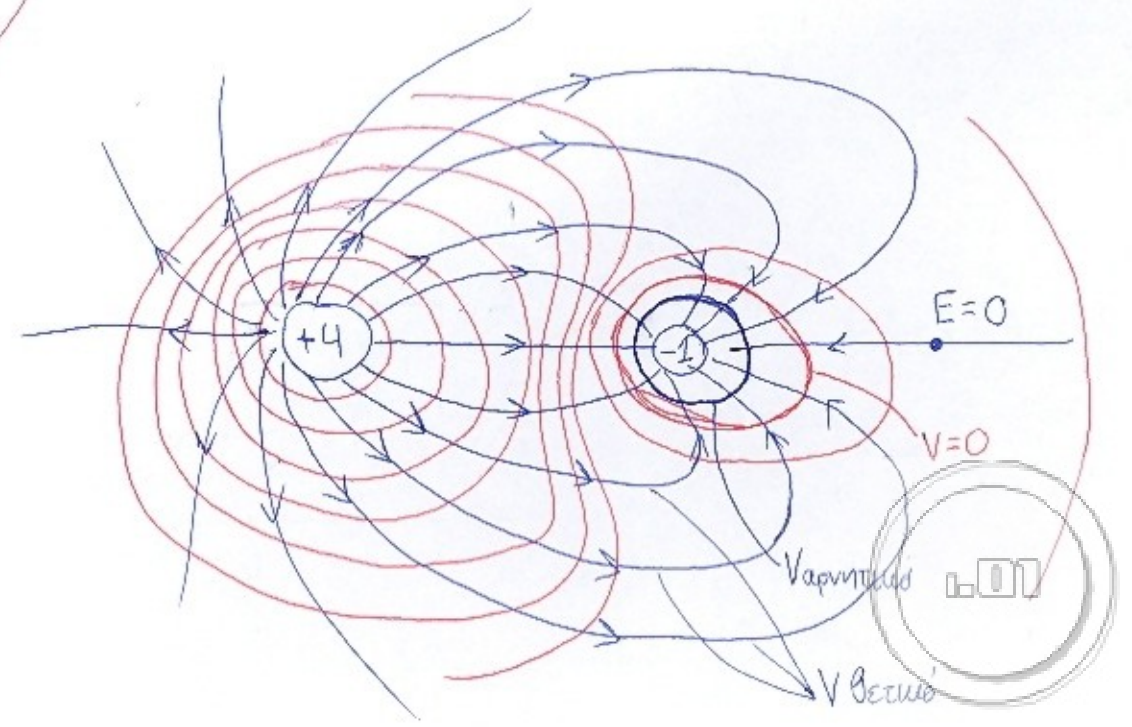


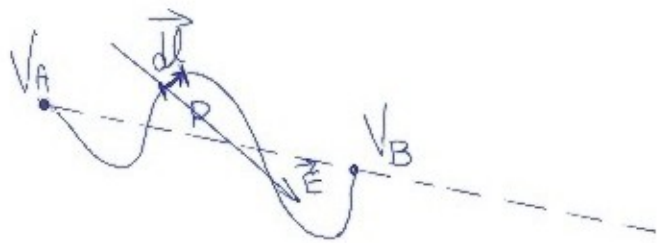
$$W = qV$$





Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές είναι πάντα κάθετες στις ισοδυναμικές επιφάνειες (κόκκινες γραμμές).

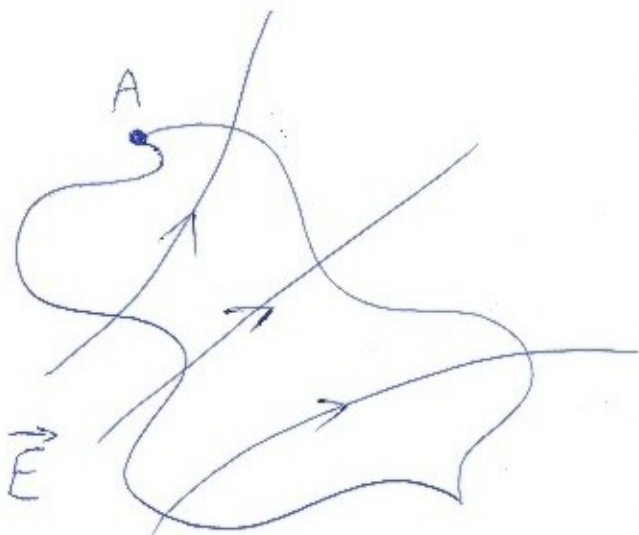




$$\left. \begin{aligned} V_A &= \int_A^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ V_B &= \int_B^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} \end{aligned} \right\} (-) \Rightarrow V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow \boxed{V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

$$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

$$\boxed{W_{AB} = q(V_A - V_B) = K_B - K_A}$$



$$V_A - V_A = 0 = \oint_A^A \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0}$$

closed line



$+Q$ \hat{r} r P \vec{E} $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

$$\frac{dV}{dr} \hat{r} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{dV}{dr} \hat{r}} \quad \left[\frac{V}{m} \right]$$

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

(Κάνω μια μικρή μετατόπιση και μέτρω τη διαφορά δυναμικού.)

$$|E_x| = \left| \frac{\Delta V}{\Delta x} \right|_{yz}$$

$$|E_y| = \left| \frac{\Delta V}{\Delta y} \right|_{zx}$$

$$|E_z| = \left| \frac{\Delta V}{\Delta z} \right|_{xy}$$

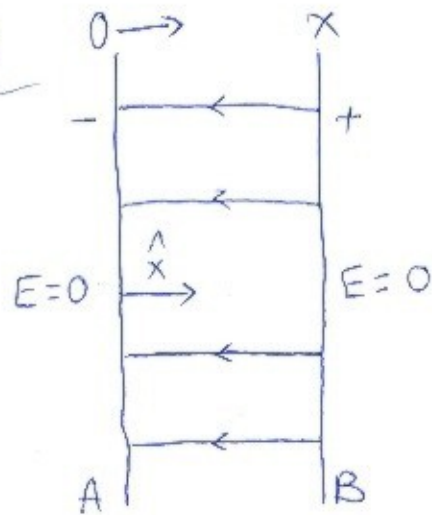
$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{z} \right) = -\vec{\nabla} V \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} V}$$



$V = 10^5 x$, $x = 0 \rightarrow 10^{-2} m$

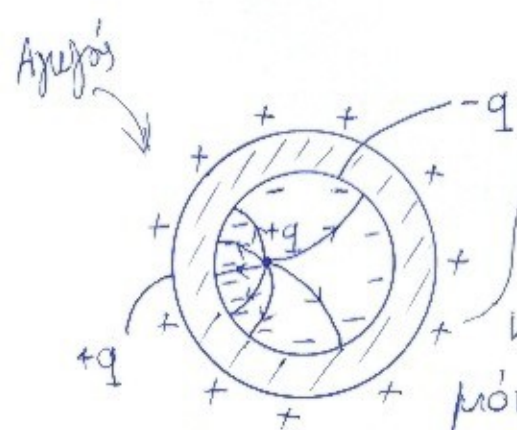
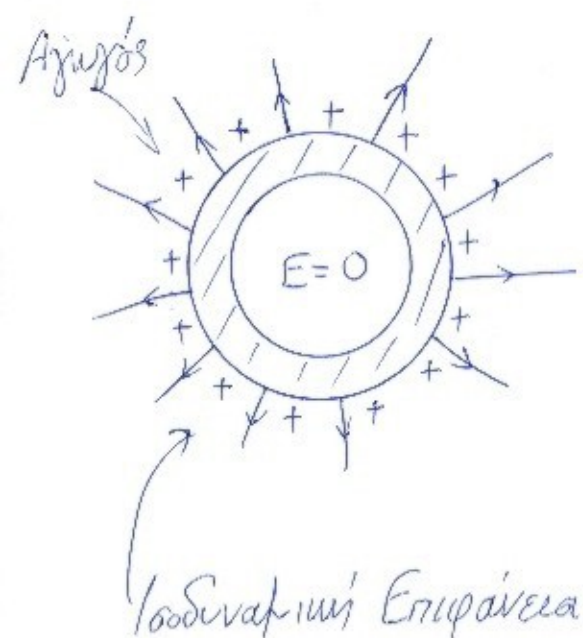
$\vec{E} = -10^5 \hat{x}$, $E_y = 0$, $E_z = 0$

$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = |\vec{E}| = -10^5$



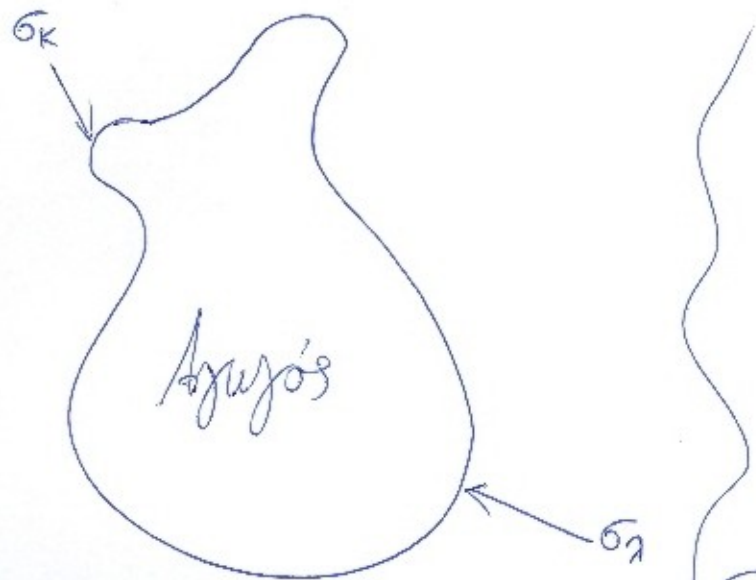
$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x} = -10^5 \int_A^B \hat{x} \cdot d\vec{x} = -10^5 \int_A^B dx = -10^3 V$

$V = 10^5 x$	$\vec{E} = -10^5 \hat{x}$
--------------	---------------------------

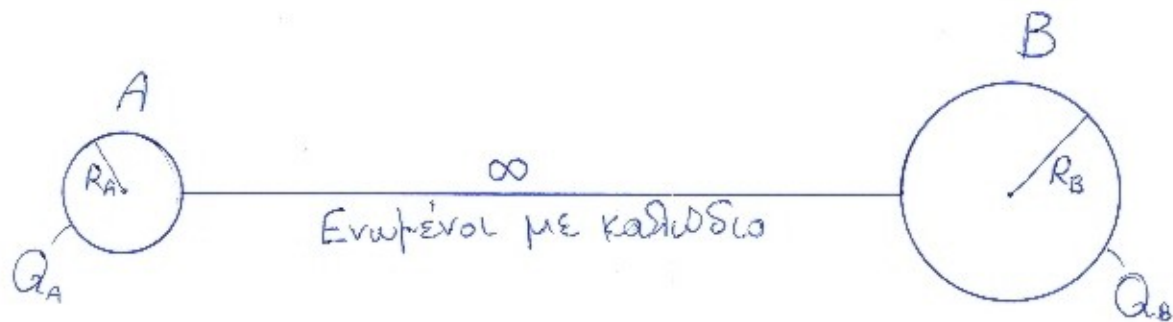


→ Ανεξαρτησία από τη θέση του φορτίου στο εσωτερικό του αγωγού το $+q$ στην επιφάνεια του αγωγού είναι ομοιόμορφα κατανείμενο. Έτσι η μόνη πληροφορία που έχω για το εσωτερικό του αγωγού είναι ότι κάπου εκεί υπάρχει ένα φορτίο $+q$ (electrostatic shield)





$$\sigma_k > \sigma_\lambda \Rightarrow E_k > E_\lambda$$



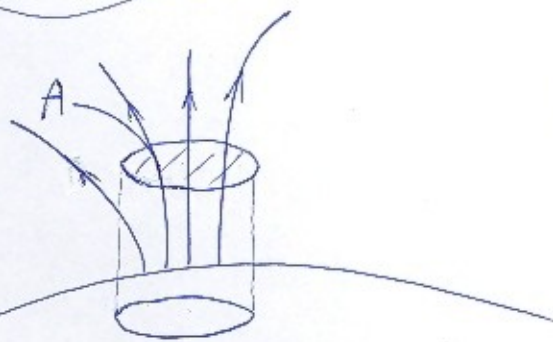
$$\text{Επομένως } V_A = V_B \Rightarrow \frac{Q_A}{4\pi\epsilon_0 R_A} = \frac{Q_B}{4\pi\epsilon_0 R_B} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_A}{R_A} = \frac{Q_B}{R_B}}$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}, \text{ Αν } R_B = 5R_A \text{ τότε } Q_B = 5Q_A \text{ και } \sigma_B = \frac{1}{5}\sigma_A$$

Από το νόμο του Gauss:

$$AE = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$

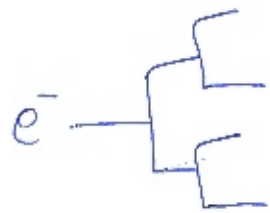
Άρα: Μεγάλη καμπυλότητα \rightarrow Μεγαλύτερη σ \rightarrow Ισχυρότερο Ηλεκτρικό Πεδίο E .



$$E = 0$$

Επιφάνεια
Αγωγού





Ένα ηλεκτρόνιο, εάν έχει αρκετή ενέργεια για να λονήσει ένα μόριο του αέρα, παίρνω ένα σπινθήρα, ηλεκτρική εκκένωση.

Στην ατμόσφαιρα: $1\mu\text{m}$ (Απόσταση μεταξύ των συχνοτήτων)

$O_2 = 12,5\text{eV}$, $N_2 = 15\text{eV}$ (Ενέργεια για τον ιονισμό τους)

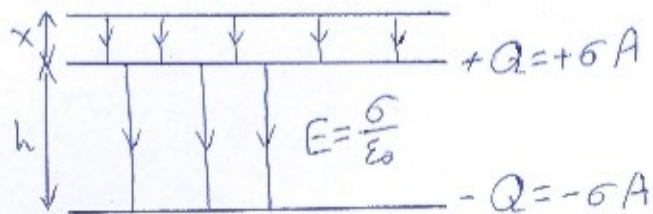
$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ (Είναι η ενέργεια που αποδίδεται κατά τη μετακίνηση ενός ηλεκτρονίου σε διαφορά δυναμικού 1V).

Έστω $\Delta V = 10\text{V}$ και $\Delta x = 10^{-6}\text{m}$, τότε $E = \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{10}{10^{-6}} = 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

Στην πραγματικότητα όμως, το ηλεκτρικό πεδίο για μία εκκένωση, είναι κοντά στα $3.000.000\text{V/m}$.

Επίσης, σημαντικό είναι να γνωρίζω ότι δεν είναι τα βολτ αυτά που είναι επικίνδυνα για τον άνθρωπο, αλλά το ρεύμα που θα περάσει μέσα από το σώμα του.

$$I = \text{current} = \frac{\text{charge}}{\text{time}} = \frac{C}{\text{sec}} \quad [A]$$



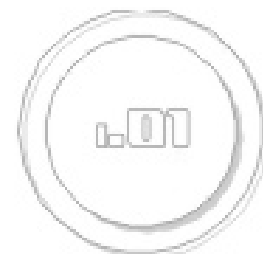
Μετακινώ την πάνω πλάκα σε μία απόσταση x .
 Το έργο για τη μετακίνηση της πλάκας είναι:
 $W = F \cdot x$, αλλά η $F \neq QE$.*

*Μετέθηση της πλάκας \longrightarrow $+Q$. Το ηλεκτρικό πεδίο προκύπτει από το μέσο όρο των πεδίων εσωτερικά και εξωτερικά της πλάκας, και έτσι η $F = \frac{1}{2}QE$.

Άρα $W = \frac{1}{2}QE x = \frac{1}{2}\sigma A E x \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 A x$

\Rightarrow $\frac{W}{\text{όγκος}} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ [J/m^3] (Πυκνότητα Ενέργειας Πεδίου)

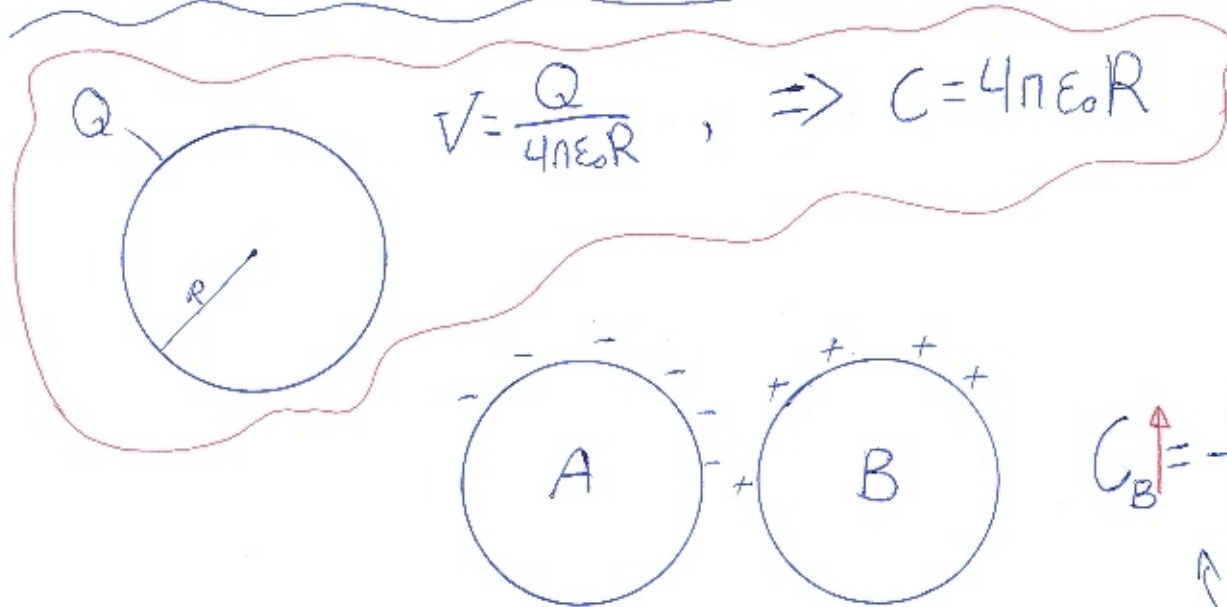
$U = \int_{\text{all space}} \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 dV$ όγκος, και όχι συνάρτηση



Επομένως, για τις πλάκες: $U = \int \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 Ah$, $Q = \sigma A$ και $V = \frac{U}{Q} = \frac{Eh}{2}$

$\Rightarrow U = \frac{1}{2} QV$ (Η συνολική ενέργεια του πεδίου ή διαφορετικά το συνολικό έργο που πρέπει να κάνω για να δημιουργήσω το πεδίο).

Capacitance = $\frac{Q}{V}$ [F] (Χωρητικότητα)



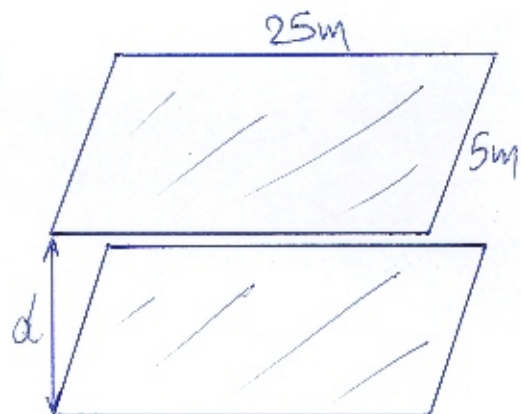
Το V_B είναι το έργο ανά μονάδα φορτίου που πρέπει να κάνω για να φτάσω από το άπειρο στο B. Το B με αρνεί, αρά πρέπει να κάνω θετικό έργο. Όπως το A με έλκει, οπότε θα χρειαστεί να καταβάλω λιγότερη ενέργεια. Έτσι

Επομένως:

$$C = \frac{\text{charge}}{\text{potential diff.}} = \frac{Q}{\Delta V}$$

Για τις προηγούμενες πλάκες, και απόσταση $ε$ ως d , έχω:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A \epsilon_0}{\sigma d} = \frac{A \epsilon_0}{d} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \text{ (Η χωρητικότητα εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά).}$$



$$d = 0,01 \text{ mm}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \dots = 1 \mu\text{F}$$

Τεράστιες διαστάσεις, για τόσο μικρή χωρητικότητα.
Μη πρακτικό!

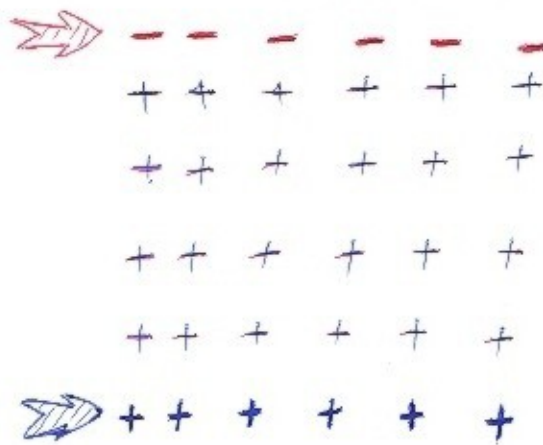
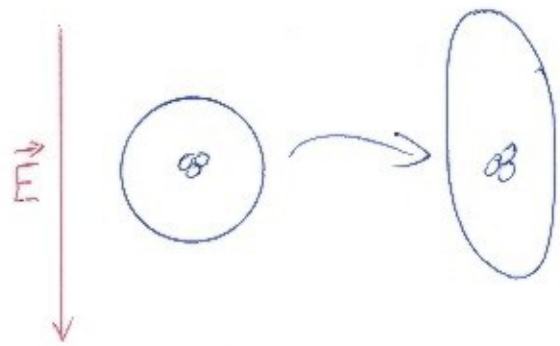
Επίσης:

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

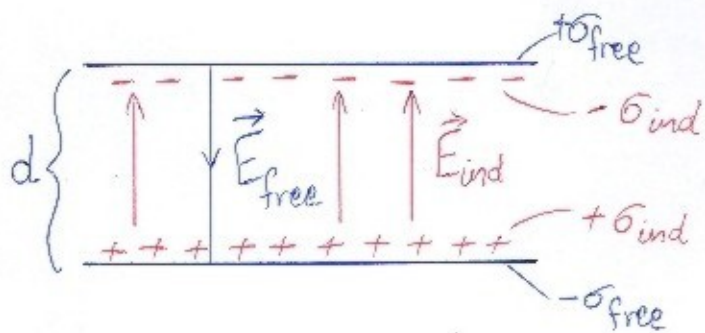
και

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$





Στην παρουσία ενός ηλεκτρικού πεδίου, στους μονωτές δημιουργούνται διπόλα, και έτσι συνολικά σε ένα σώμα, θα δημιουργηθεί ένα θετικό και ένα αρνητικό στρώμα. Τα ημιδιά αυτά ονομάζονται διηλεκτρικά.



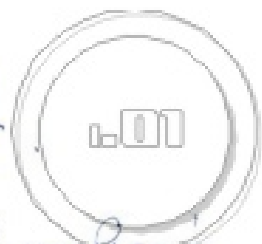
$$\sigma_i = b \sigma_f, \text{ με } b < 1. \Rightarrow E_i = b E_f$$

$$E_{\text{free}} = \frac{\sigma_{\text{free}}}{\epsilon_0}$$

$$E_{\text{ind}} = \frac{\sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{\text{net}} = \vec{E}_{\text{free}} + \vec{E}_{\text{ind}} \Rightarrow E_{\text{net}} = E_{\text{free}} - E_{\text{ind}} \Rightarrow E_{\text{net}} = E_{\text{free}} (1 - b), \quad 1 - b = \frac{1}{K}$$

K -διηλεκτρική σταθερά



$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{E}_{\text{free}}}{\kappa}} \quad \longrightarrow \quad \downarrow V = E \downarrow d$$

Ο νόμος του Gauss εξακολουθεί να ισχύει:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\text{net}} Q_{\text{enc}} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\sum Q_{\text{free}}}{\kappa}$$

$$Q_{\text{net}} = Q_{\text{free}}^+ + Q_{\text{ind}}^-$$

$$\kappa_{\text{κενό}} = 1, \quad \kappa_{\text{πλαστικό}} = 3, \quad \kappa_{\text{διαηλεκτ}} = 5, \quad \kappa_{\text{νερό}} = 80$$

$$C = \frac{Q_{\text{free}}}{V} = \frac{A \epsilon_0 \kappa}{d}, \quad \text{από } V = Ed \text{ και } E = \frac{E_{\text{free}}}{\kappa}, \text{ επομένως τα διηλεκτρικά}$$

αυξάνουν τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή.

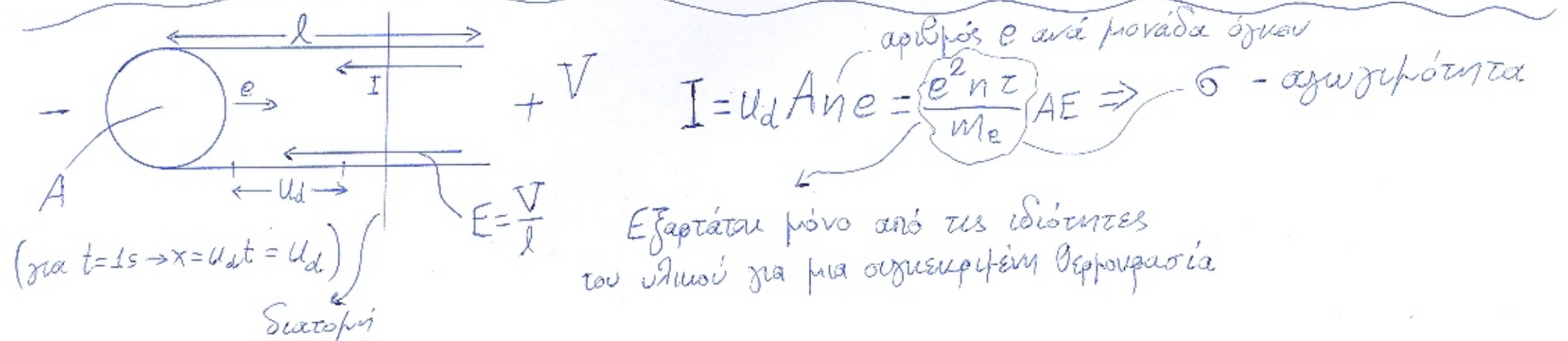


$+q \rightarrow$
 $-q \leftarrow$
 $\vec{E} \rightarrow$

$I \rightarrow$

Υπό την παρουσία ενός ηλεκτρικού πεδίου, τα ηλεκτρόνια κινούνται αντίθετα (τα ιόντα είναι παχιδευμένα) ώστε να αναιρέσουν το πεδίο, με μια δύναμη F , και έτσι δημιουργείται ένα ρεύμα I .

$F = eE$, $a = \frac{F}{m_e}$, $u_d = a\tau = \frac{eE}{m_e}\tau$, όπου u_d - ταχύτητα μετακίνησης των e
 τ - χρόνος ^{συγκρούσε} μεταξύ των μορίων



$\Rightarrow I = \sigma A \frac{V}{l} \Rightarrow V = \frac{l}{\sigma A} I \Rightarrow \boxed{V = R I}$ Ohm's Law

R - αντίσταση
 $\rho = \frac{1}{\sigma}$ - ειδική αντίσταση



Ενοτήτως: $V=IR$ και $R=\frac{l}{\sigma A}$ ή $R=\frac{l\rho}{A}$

$$R=\frac{V}{I} \left[\frac{V}{A}=\Omega \right]$$

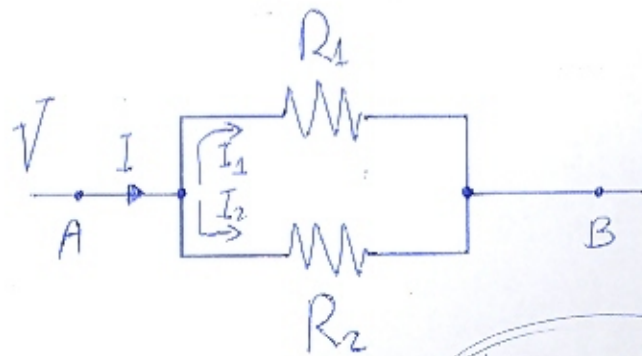


$$V=I(R_1+R_2)$$

$$V_1=IR_1$$

$$V_2=IR_2$$

$$R_{eq}=R_1+R_2$$



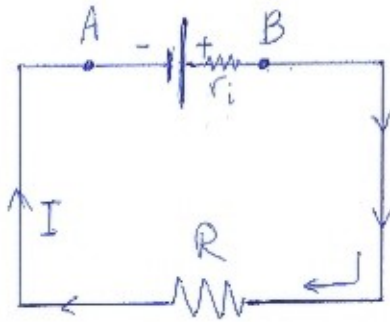
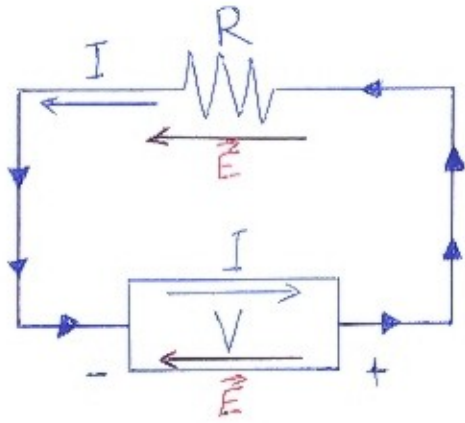
$$V=I_1R_1$$

$$V=I_2R_2$$

$$I=I_1+I_2$$

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

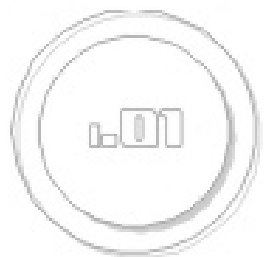
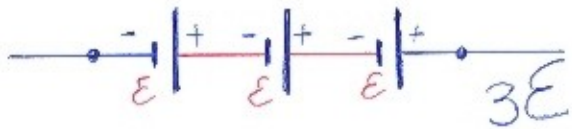




① $R = \infty$ $I = 0$ $V_B - V_A = V_b = \mathcal{E}$

② R : $\mathcal{E} = I(R + r_i)$ $V_b = IR = \mathcal{E} - Ir_i$

③ $R = 0$ $I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{r_i}$ $V_b = 0$





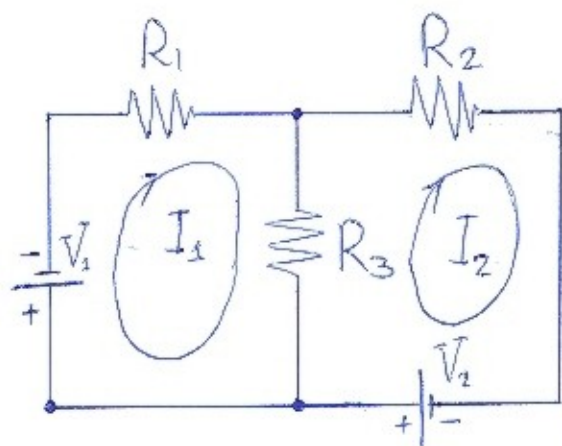
$$V_A > V_B$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} (V_A - V_B)$$

$$\Rightarrow \boxed{P = IV} \Rightarrow P = I^2 R \Rightarrow P = \frac{V^2}{R} \left[\frac{J}{sec} = W \right]$$

(V = IR)

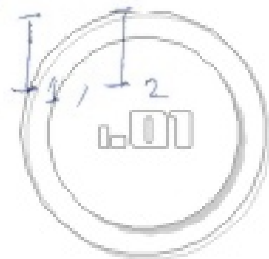
$$P = I\mathcal{E} = I^2(R + r_i), \quad R = 0 \Rightarrow I_{max} = \frac{\mathcal{E}}{r_i}, \quad P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{r_i} = I_{max}^2 r_i$$

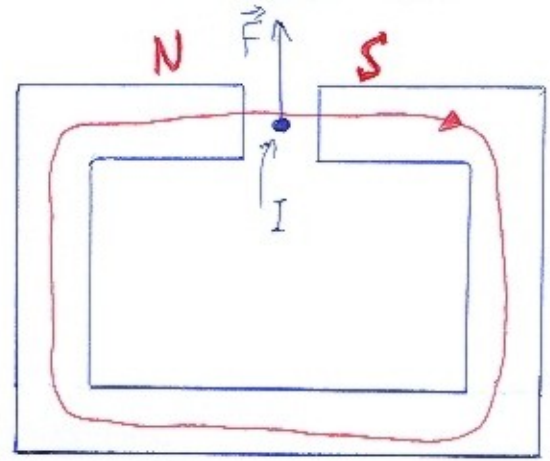
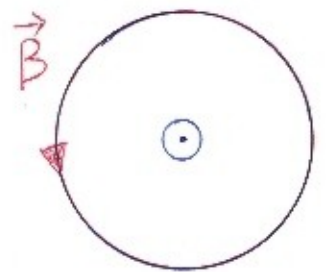
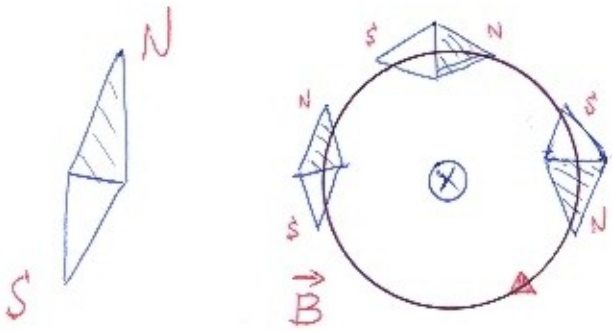


1st Rule, Kirchhoff's: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

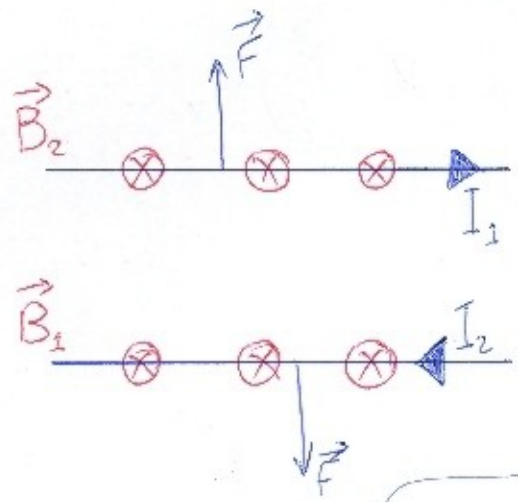
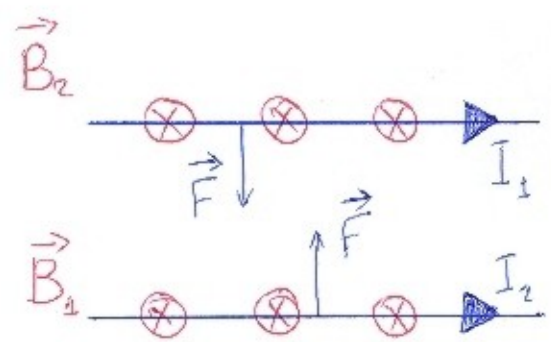
2nd Rule, Kirchhoff's: Διατήρηση του φορτίου.

$$\left. \begin{aligned} \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_1 - V_2 & \left\{ \begin{aligned} -V_1 - I_1 R_1 - I_1 R_3 + I_2 R_3 &= 0 \\ -I_2 R_3 + I_1 R_3 - I_2 R_2 + V_2 &= 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\}$$





$$\hat{F} = \hat{I} \times \hat{B}$$



$\vec{F}_{el} = q\vec{E}$, ~~$\vec{F}_B = q\vec{B}$~~
 όπως δεν υπάρχει
 μαγνητικό μονόπολο (μέχρι αυτή-ώρα).

$\vec{F}_B \perp \vec{u}$
 $F_B \propto u$
 $F_B \propto q$

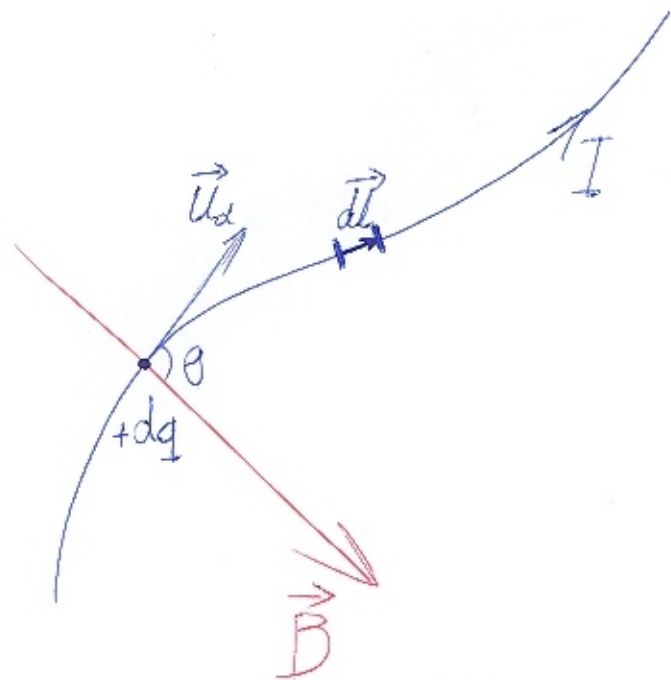
$\vec{F}_B = q(\vec{u} \times \vec{B})$

Δύναμη Lorentz

$\left[\frac{N \cdot sec}{C \cdot m} = T \right]$
 $1G = 10^{-4} T$

Μέσα σε ένα ηλεκτρικό και ένα μαγνητικό πεδίο, η συνολική δύναμη που δέχεται ένα φορτίο είναι:

$$\vec{F}_B = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$



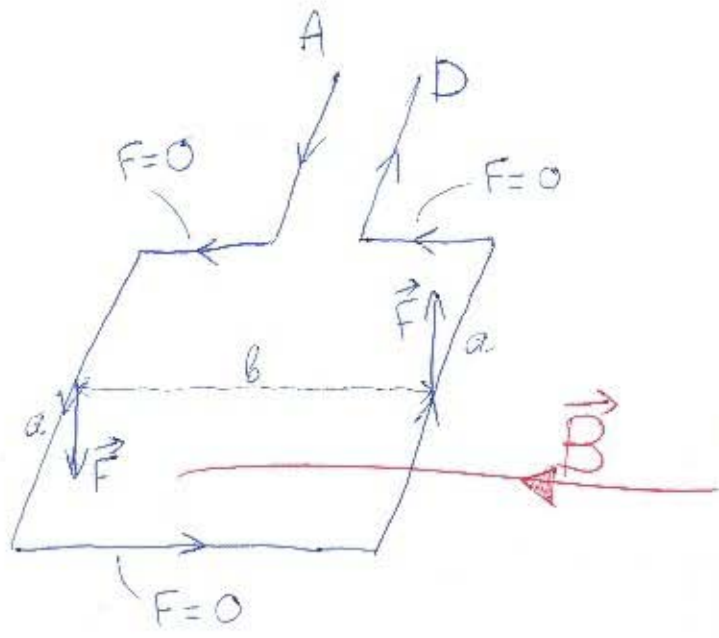
$$d\vec{F}_B = dq(\vec{u} \times \vec{B}), \quad I = \frac{dq}{dt}$$

$$d\vec{F}_B = I dt(\vec{u} \times \vec{B}), \quad \vec{u} dt = d\vec{l}$$

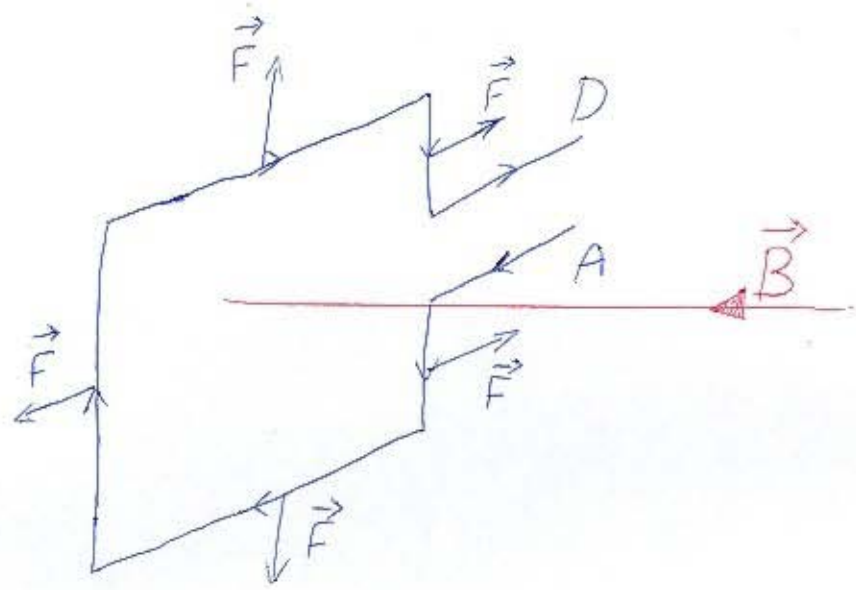
$$d\vec{F}_B = I d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_B = \int_{\text{wire}} I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Επομένως: $\vec{F}_L = \int_C I d\vec{l} \times \vec{B}$ Δύναμη Laplace





Μετά από περιστροφή 90°

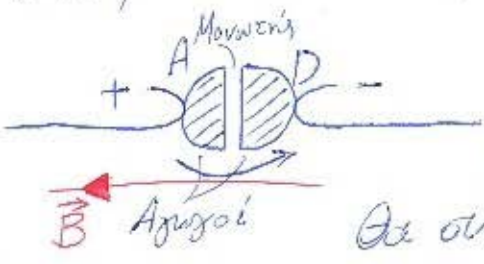


$\tau = 0$

$F = I a B$

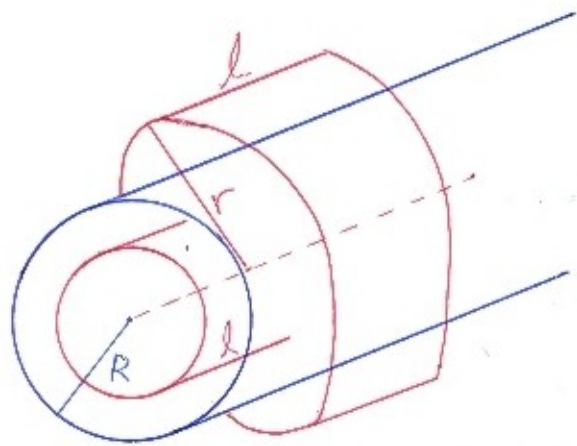
ροπή: $\tau = I a b B$

Μετά από περιστροφή 180°, το ρεύμα θα έχει αλλάξει κατεύθυνση, που αυτό θα αντιστρέψει τις δυνάμεις και θα προκαλέσει μία αντίθετη ροπή. Μπορώ να αποφύγω αυτό το πρόβλημα με την εξής ανδεοδρομολογία (commutator):



Κάθε φορά που περιστρέφεται, αφού περάσει από τις επαφές ο μονωτής, το ρεύμα θα αντιστρέφεται, η ροπή θα διατηρείται και θα αντιστρέφεται η περιστροφή.



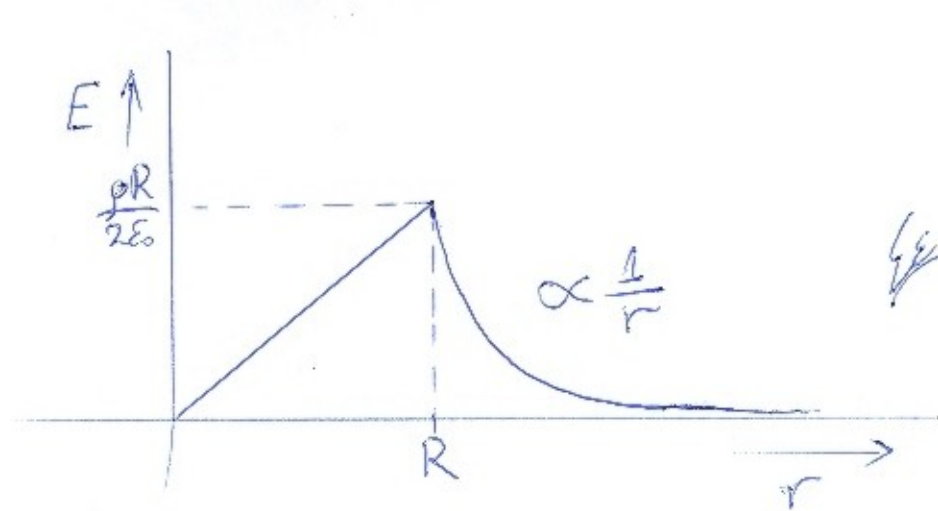


$+ρ \text{ C/m}^3$

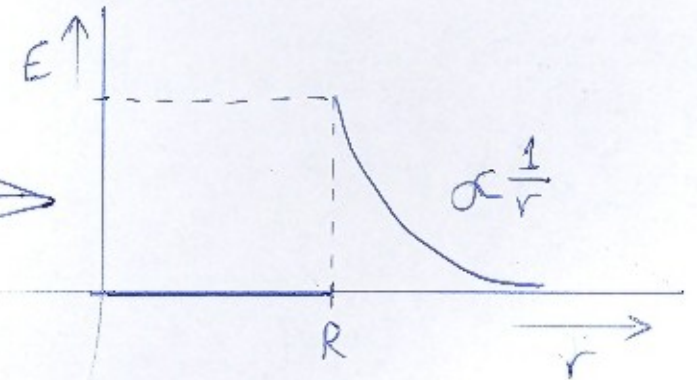
$$r \geq R: \int \epsilon_0 \vec{r} E = \frac{\rho l R^2}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \hat{r}$$

$$r \leq R: \int \epsilon_0 \vec{r} E = \frac{\rho l r^2}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r}$$

$$r = R: E = \frac{\rho R}{2\epsilon_0}$$

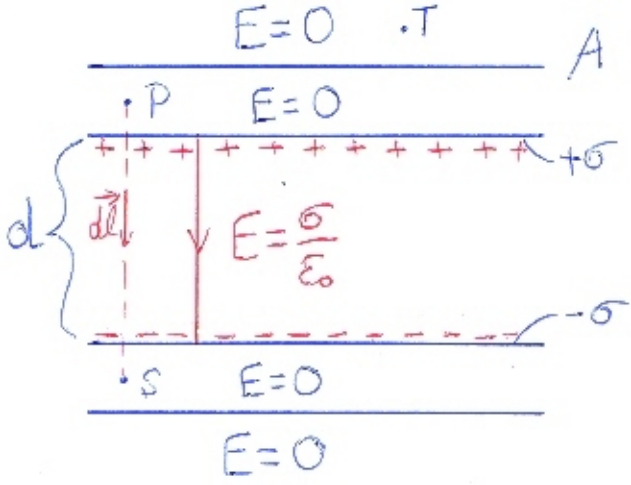


*Εξωτερικά αγωγοί**



* Όπου το φορτίο κατανέμεται εξωτερικά, στην επιφάνεια.

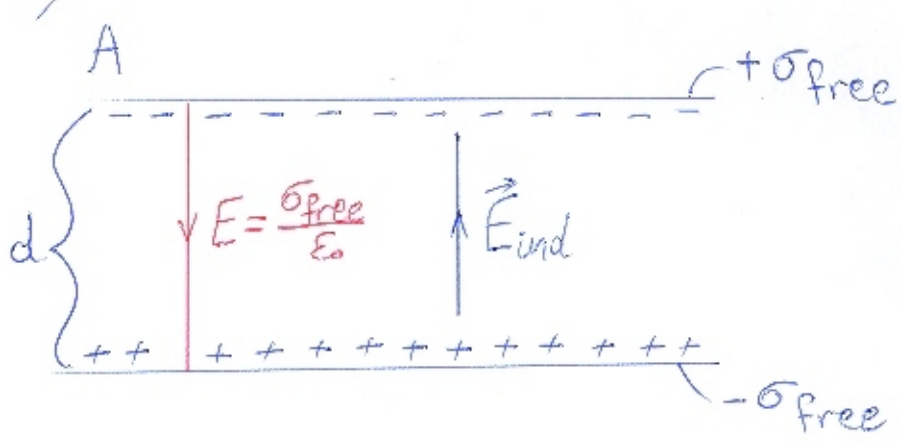




$$V_P - V_S = \int_P^S \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

$$V_P - V_T = 0 \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}} = \frac{A \epsilon_0}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \sigma A d = \frac{1}{2} \frac{\sigma A \sigma d}{\epsilon_0} = \frac{A \sigma^2 d}{2 \epsilon_0}$$



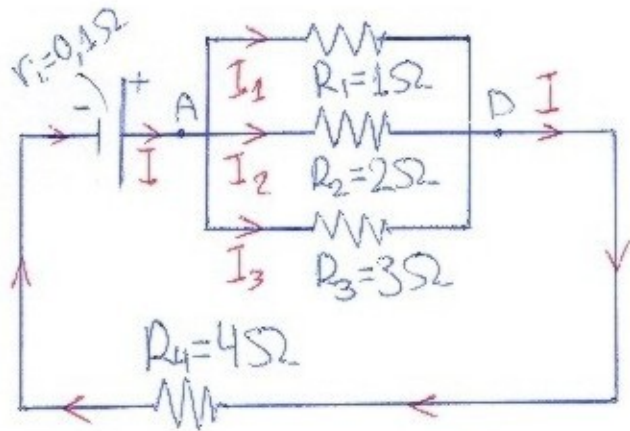
Αποσυνδέν των πηνών $\Rightarrow \sigma_{free} \rightarrow$ σταθερό

$$Q_{free} = \sigma_{free} A \quad E = \frac{\sigma_{free}}{\epsilon_0} K \quad V = E d$$

$$C = \frac{Q_{free}}{V} = \frac{A \epsilon_0}{d} K \quad U = \frac{1}{2} Q_{free} V = \frac{1}{2} \sigma_{free}^2 A d$$

- | | | | |
|--------------------------------|---------|---|--------------------------------------------|
| $d \uparrow \textcircled{2}$ | $k = 1$ | } | $k \rightarrow 3$ |
| $\rightarrow E$ σταθερό | | | $\rightarrow E \downarrow \textcircled{3}$ |
| $V \uparrow \textcircled{2}$ | | | $V \downarrow \textcircled{3}$ |
| $C \downarrow \textcircled{2}$ | | | $C \uparrow \textcircled{3}$ |
| $U \uparrow \textcircled{2}$ | | | $U \downarrow \textcircled{3}$ |





$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{eq} = 0,55 \Omega$$

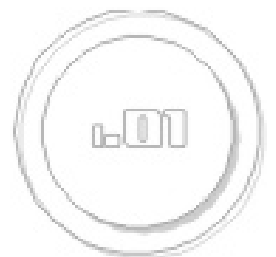
$$E = I(R_{eq} + R_4 + r_i) \Rightarrow I = 2,15 \text{ A}$$

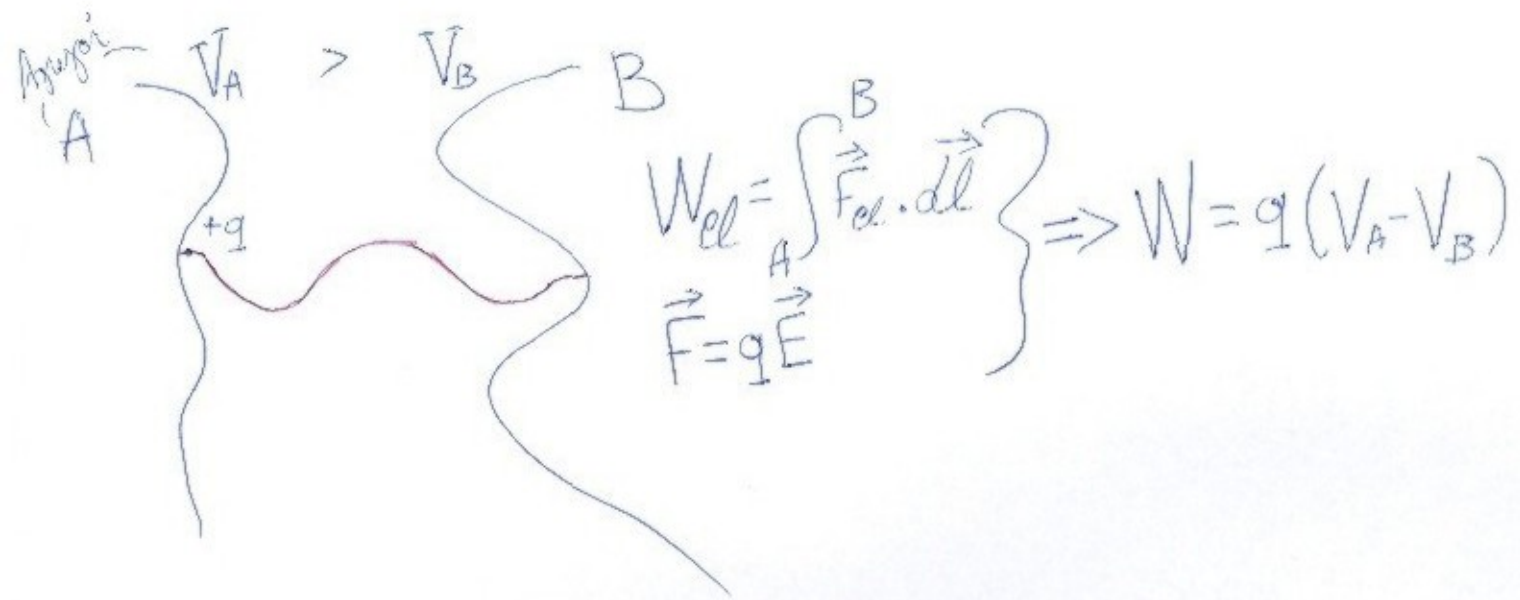
$$V_A - V_D = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3$$

$$\oint_{\text{loop}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow -I_2 R_2 - I R_4 + E - I r_i = 0 \Rightarrow I_2 = 0,6 \text{ A}$$

$$V_A - V_D = I_2 R_2 = 1,2 \text{ V}$$

$$P = EI = 21,5 \text{ W} \quad P_{R_2} = (V_A - V_D) I_2 = 0,72 \text{ W}$$





$$m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

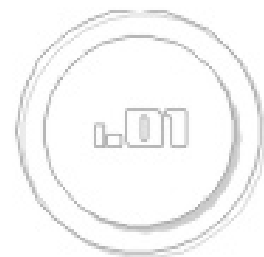
$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Delta V = 10^6 \text{ V}$$

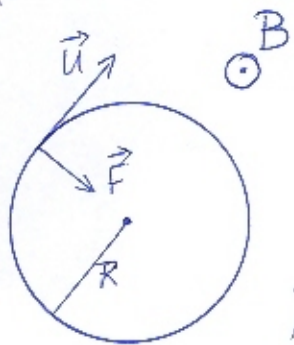
$$W = q(V_A - V_B) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1 \text{ MeV}^* \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} m_p u_B^2 \Rightarrow u_B = 1,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$^* \text{ eV} \rightsquigarrow$ Η ενέργεια που παράγει ένα ηλεκτρόνιο κατά τη βραδείνσή του διαμέσου μιας διαφοράς δυναμικού 1 V .



$$\vec{F} = q(\vec{u} \times \vec{B})$$



$$quB = \frac{mu^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mu}{qB}}$$

$p = 1 \text{ MeV}$ $KE = q\Delta V = \frac{1}{2}mu^2 = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

$$u = 1,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$B = 1 \text{ T} \rightarrow R = 0,15 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}mu^2 &= qV \\ R &= \frac{mu}{qB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{R = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}}}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ u &= \omega R \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{u} \Rightarrow$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$$

500 keV electron

$$u = 4,2 \cdot 10^8 \text{ m/s} > c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

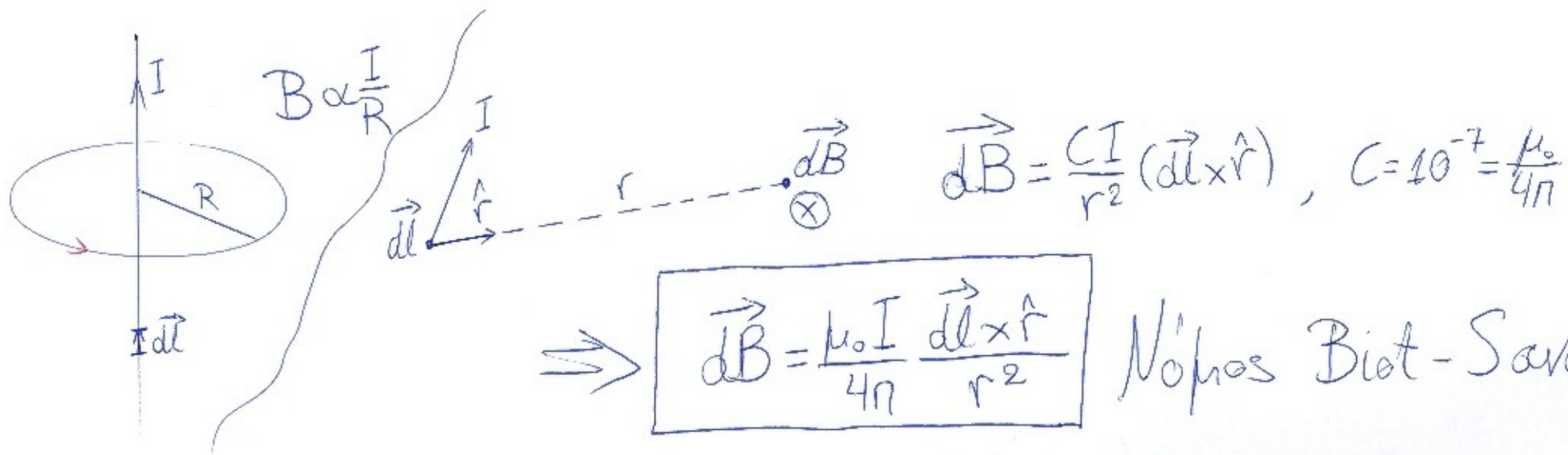
$= 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ← Μετά την εφαρμογή των μετασχηματισμών Lorentz*

$$* KE = qV = (\gamma - 1)mc^2, \quad R = \gamma \frac{mu}{qB} = \left\{ \frac{(\gamma + 1)mV}{qB} \right\}^{1/2}$$

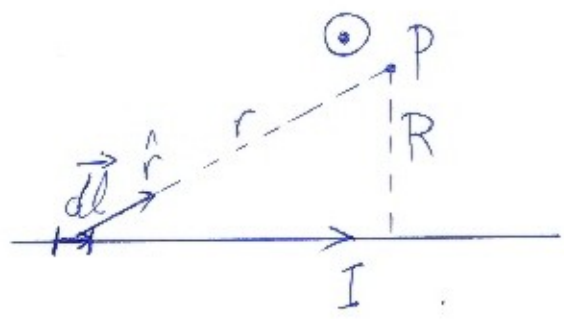
$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}}$$

Παράγοντας Lorentz



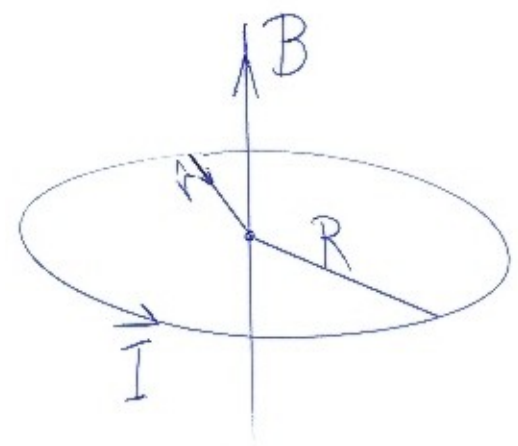


$\Rightarrow \vec{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Némes Biot-Savart



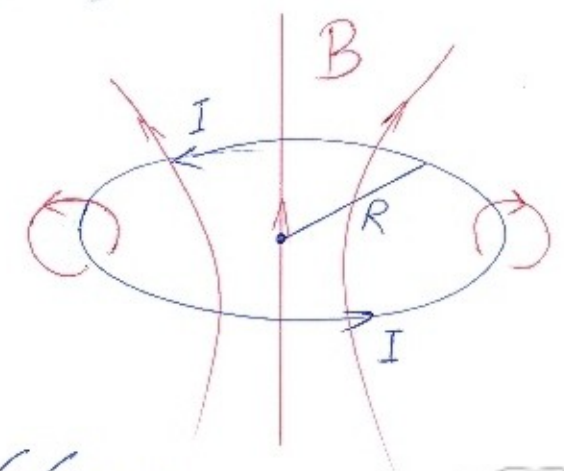
$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

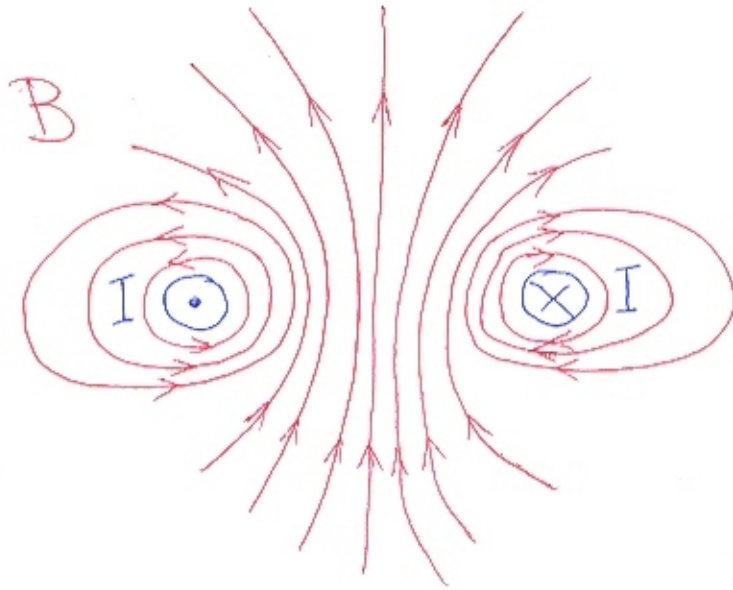
$R = 0,1\text{m}, I = 100\text{A} \Rightarrow B = 2 \cdot 10^{-4} \text{T} = 2 \text{ Gauss}$



$B = \int_{\text{loop}} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$

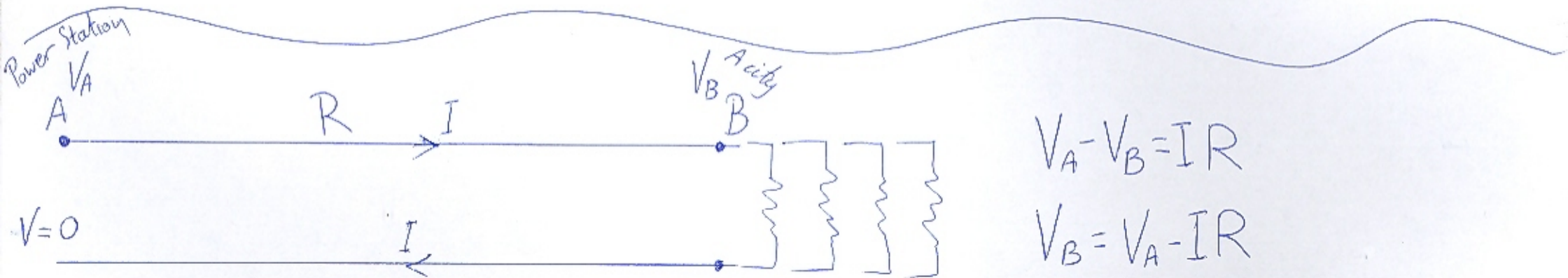
$R = 0,1\text{m}, I = 100\text{A} \Rightarrow B = 6 \cdot 10^{-4} \text{T} = 6 \text{ Gauss}$





Επιλέχοντας μία οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια, ερόσον δεν υπάρχει προς το παρόν μαγνητικό μονόπολο, συμπεραίνω ότι:

$$\boxed{\Phi = \oint_{\text{closed surface}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0} \quad 3^{\text{rd}} \text{ Maxwell's Equation}$$



$$V_A - V_B = IR$$

$$V_B = V_A - IR$$

$$P = V_B I = V_A I - I^2 R$$

① ② ③

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

$$100 \text{ MW} \quad \left. \begin{array}{l} V_B = 100 \text{ V} \Rightarrow I = 10^6 \text{ A} \\ V_B = 10^5 \text{ V} \Rightarrow I = 10^3 \text{ A} \end{array} \right\} *$$

- ① Ενέργεια που καταναλώνω
- ② Ενέργεια που παράγει το ερχυστάσιο
- ③ Απώλεια ενέργειας κατά τη μεταφορά

* Για υψηλότερες τάσεις, παίρνω μικρότερα ρεύματα. Όμως η απώλεια ενέργειας δίνεται από το $I^2 R$ οπότε γίνεται ακυληπτή, γιατί πρέπει τα ρεύματα να μεταφέρονται στις υψηλότερες δυνατές τάσεις. ($V \uparrow \rightarrow I^2 R \downarrow$)

Έτσι, δίνω υψηλές τάσεις, ενώ παράλληλα προσεχώς και τις διαστάσεις των καλωδίων, ώστε να μην φτάσω το κρίσιμο ηλεκτρικό πεδίο και προκαλέσω μία εκκένωση (corona discharge), που πρόκειται για μια τεράστια απώλεια ενέργειας.

Έπειτα αφού το ρεύμα φτάσει στον προοριστό του, χρησιμοποιώ μετασχηματιστές για να ρίξω την τάση, και για να είναι πιο ασφαλείς για τους ανθρώπους και για να μην υπάρχει ο κίνδυνος ηλεκτροπληξίας.

$$r \approx 2 \text{ cm} \quad V_A = 300 \text{ kV}$$

$$A \approx 10^{-3} \text{ m}^2 \quad L = 10^6 \text{ m}$$

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^6}{10^{-3}} = 20 \Omega \quad I = 300 \text{ A}$$

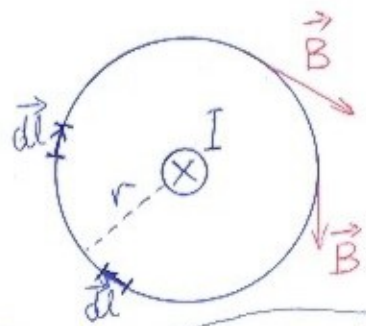
Για το χαλκό $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$

$$\Rightarrow P = 300 \text{ kV} \times 300 \text{ A} = 90 \text{ MW}$$

Απώλεια: $I^2 R \approx 2 \text{ MW}$ κατά τη μεταφορά.

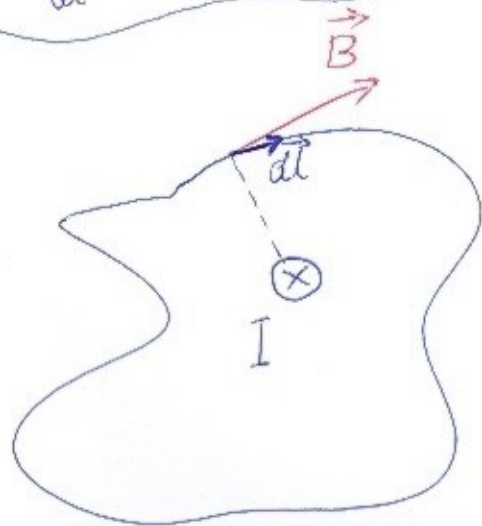
$$V_A - V_B \approx 6 \text{ kV} \Rightarrow V_B = 294 \text{ kV}$$

Όταν υπάρχουν κεραυνοί σε μια περιοχή όπου παίρνουν καλώδια, αυτοί προκαλούν την αποφόρτιση των καλωδίων, και αν αυτό συμβεί νύχτα, μπορεί να δώ την λαμπή που δημιουργείται, κατά τη διάρκεια ύπαρξης αυτού του φαινομένου, γύρω από τα καλώδια.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\oint_{\text{closed circle}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r = \mu_0 I$$



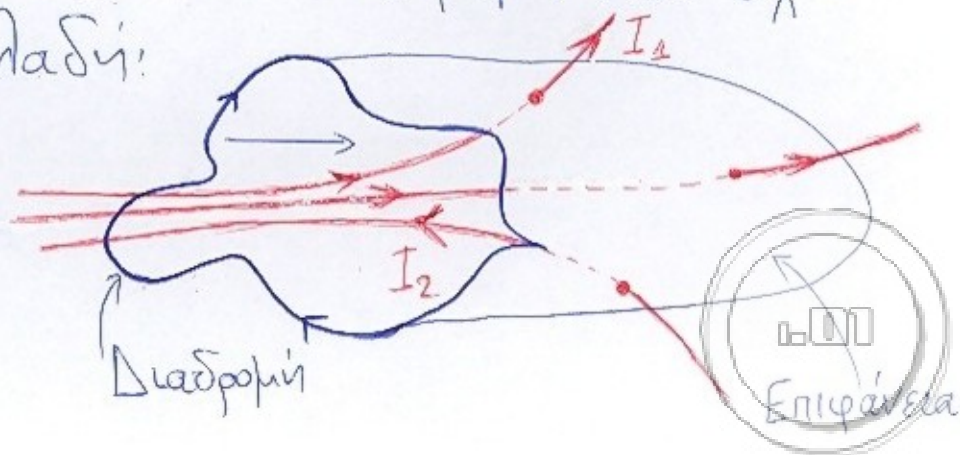
$$\oint_{\text{closed path}^*} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

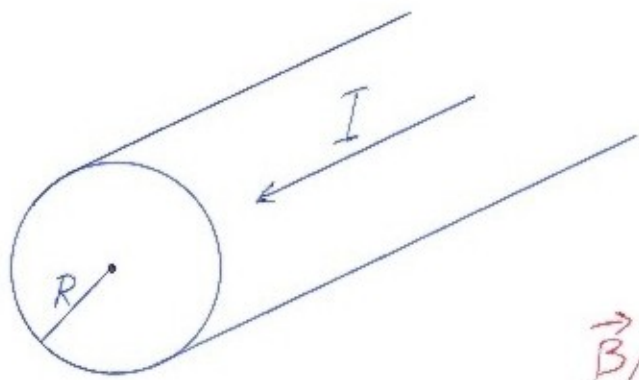
Νόμος Ampere

* Ανάγεται σε οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή.

Στον παραπάνω νόμο το I_{encl} ορίζεται ως το ρεύμα που διαπερνάει την επιφάνεια που έχω προσκομίσει επάνω στην διαδρομή που έχω πάρει, κατά την εφαρμογή του νόμου. Δηλαδή:

Τότε $I_1 > 0$, $I_2 < 0$

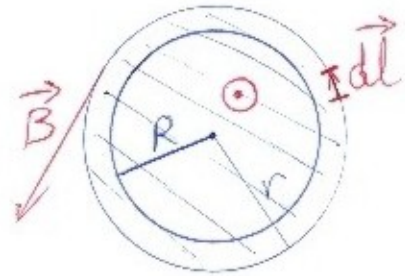




$r > R$:

$$B 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow$$

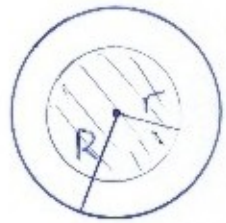
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



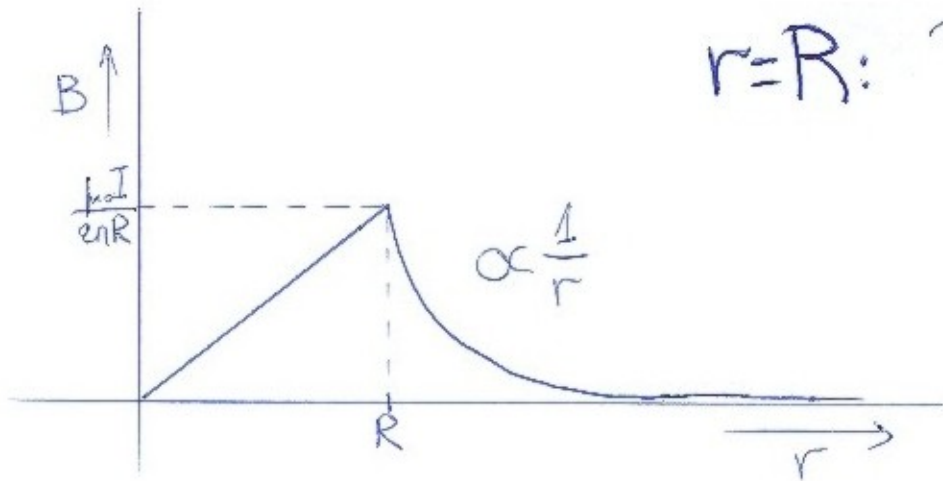
$r < R$:

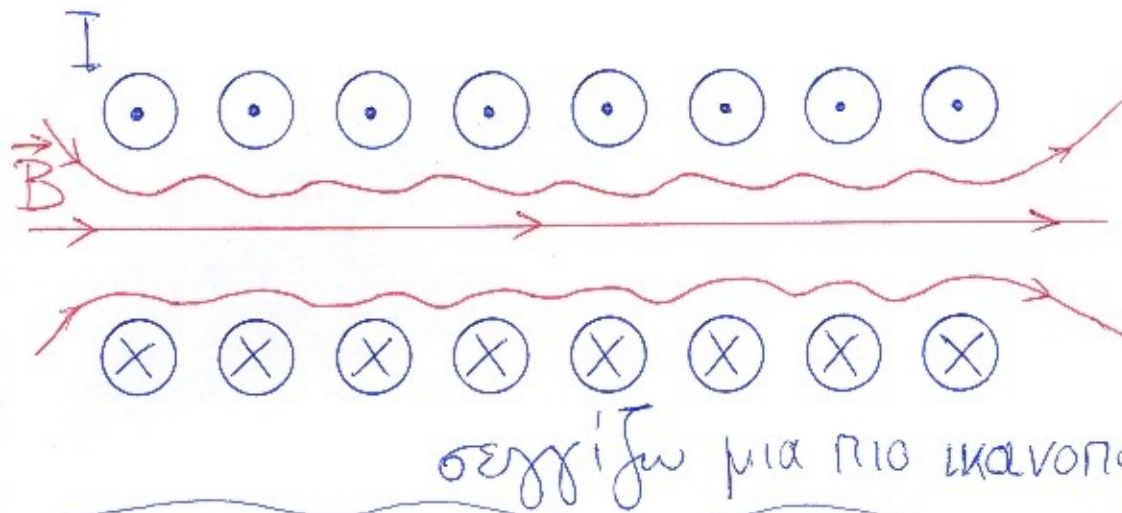
$$B 2\pi r = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

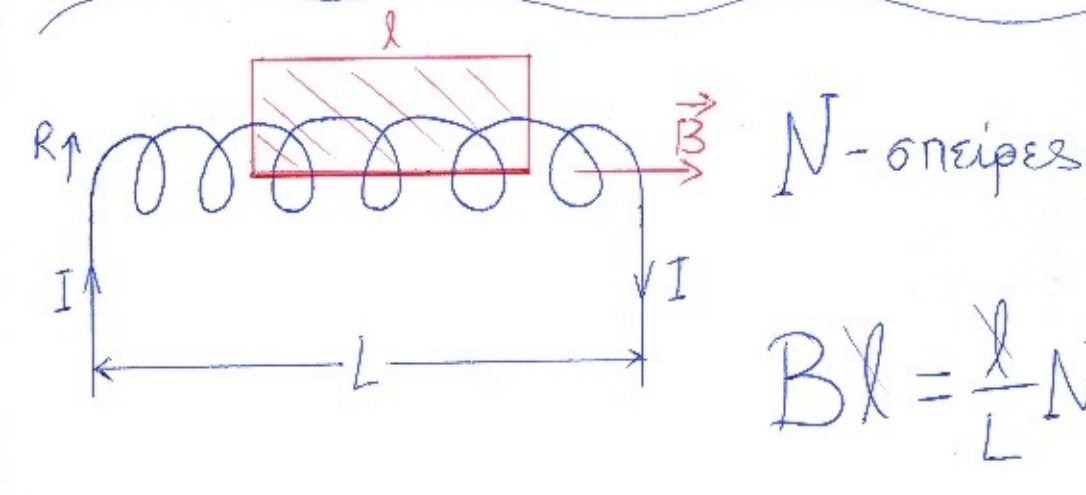


$r = R$: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

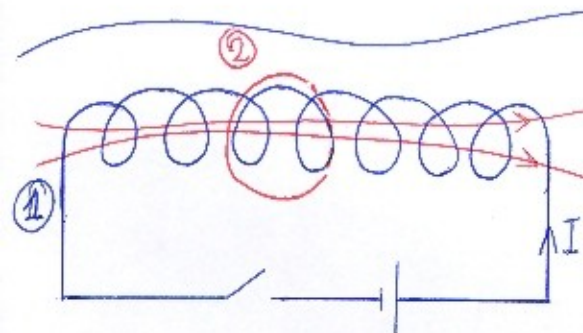




Με αυτόν το σχηματισμό καταφέρνω να πάρω, εσωτερικά, ένα σχεδόν σταθερό μαγνητικό πεδίο. Προσθέτοντας επιπλέον σπείρες στο πηνίο προσεγγίζω μια πιο κανονποιητική (σταθερή) περίπτωση του πεδίου.



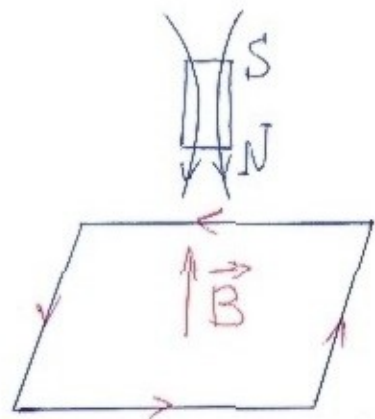
$$B\lambda = \frac{\lambda}{L} N \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I N}{L}, \quad L \gg R$$



Το πείραμα του Faraday:

- ▶ Όταν περνούσε ρεύμα από τη διαδρομή ①, δεν παρατηρούσε κάποια ένδειξη στη ②.
- ▶ Όταν όμως άνοιξε τον διακόπτη, τότε ανιχνεύθηκε ένα ρεύμα στη διαδρομή ②.
- ▶ Το ίδιο συνέβη και όταν έκλεινε τον διακόπτη.

Έτσι κατέληξε στα συμπεράσματα ότι όχι ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο, αλλά ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο είναι αυτό που παράγει ρεύματα.



Καθώς προσεγγίξω τον αγωγό με τον μαγνήτη, δημιουργείται ένα ρεύμα στον αγωγό, που αντιστέκεται στη μεταβολή του μαγνητικού πεδίου. Δηλαδή, το ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε να δημιουργείται ένα μαγνητικό πεδίο αντίθετης φοράς από αυτό του μαγνήτη, και το ένα να αναρρέει το άλλο. Αυτό εδώ είναι ο Νόμος του Lenz.

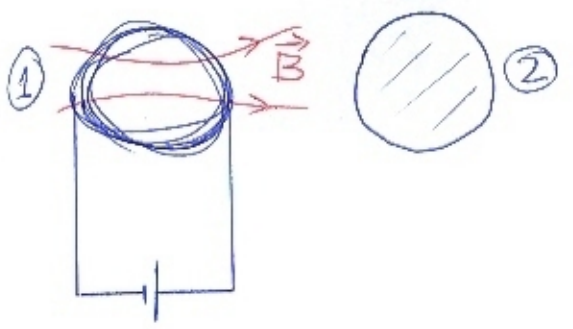
Lenz Law: Τα επαγόμενα ρεύματα, που προκύπτουν από τη μεταβολή ενός μαγνητικού πεδίου, έχουν τέτοια φορά ώστε να αναρρέσουν το αίτιο που την προκάλεσε.



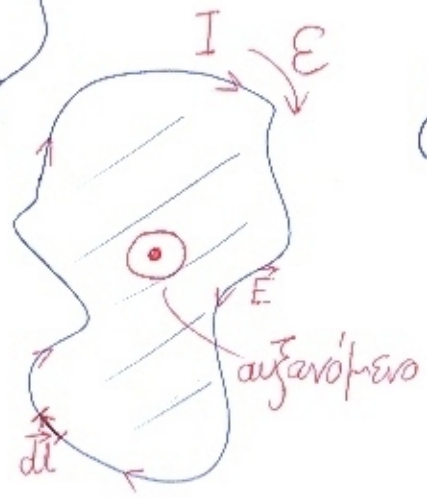
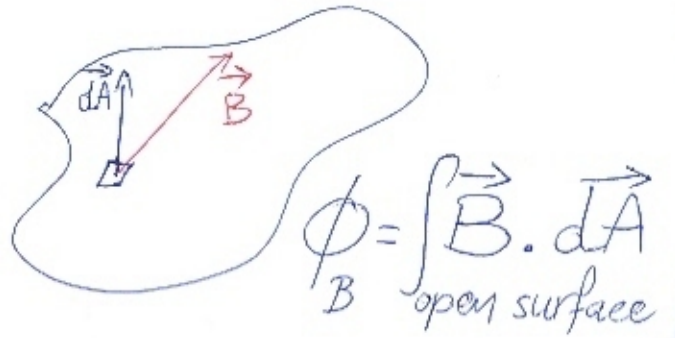
Για την ύπαρξη αυτών των ρευμάτων απαιτείται κάποια δύναμη, δηλαδή κάποιο επαγωγμένο ηλεκτρικό πεδίο.

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = I_{\text{ind}} \cdot R$$

Ένα άλλο πείραμα του Faraday.



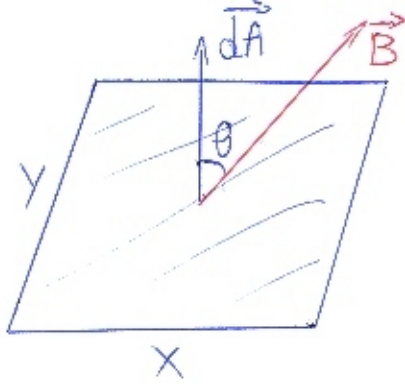
Παρατήρηση: $\mathcal{E}_2 \propto \frac{dB_1}{dt}$, $\mathcal{E}_2 \propto (\text{επιφάνεια})_2$



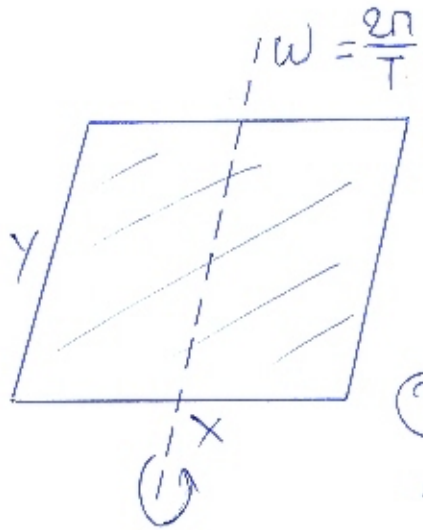
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\int_{\text{open surface}} \vec{B} \cdot d\vec{A} \right) = \oint_{\text{closed loop}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_{\text{closed loop}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left(\int_{\text{open surface}} \vec{B} \cdot d\vec{A} \right)$$

Νόμος Faraday
και 2nd Maxwell's Equation



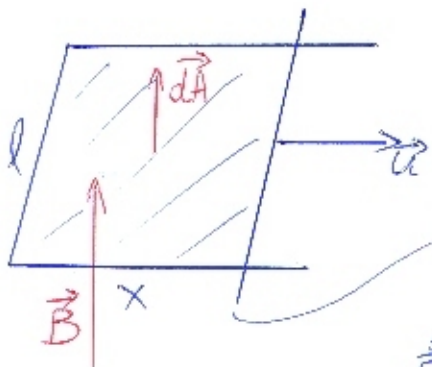
$$\Phi_B = \int_{\text{open surface}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{A}{xy} B \cos \theta$$



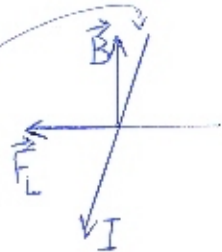
$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \omega t \\ t=0 \rightarrow \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$\Phi_B = AB \cos(\omega t) \Rightarrow -\frac{d\Phi_B}{dt} = \pm AB\omega \sin(\omega t) \Rightarrow \mathcal{E}(t) = AB\omega \sin(\omega t)$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} \quad \text{Alternating Current}$$



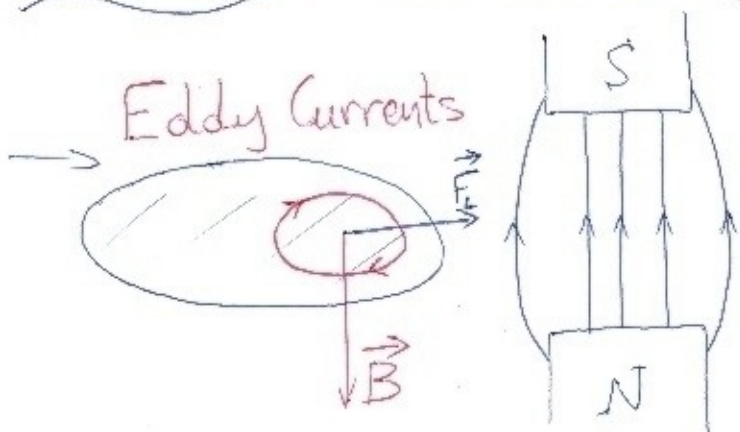
$$\Phi_B = l \times B \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = lBu = |\mathcal{E}|$$



$F_L = IlB$, Άρα πρέπει να ασκήσω μια αντίθετη δύναμη να κάνω θετικό έργο. $F_{my} = -IlB$

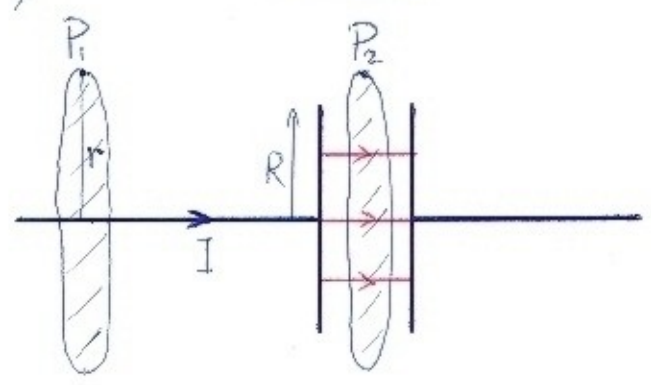


$$P_{\text{mgy}} = \vec{f}_{\text{mgy}} \cdot \vec{u} \Rightarrow P = I l B u = \epsilon I \Rightarrow \boxed{\epsilon = l u B}$$



$$P = \epsilon I = I^2 R$$

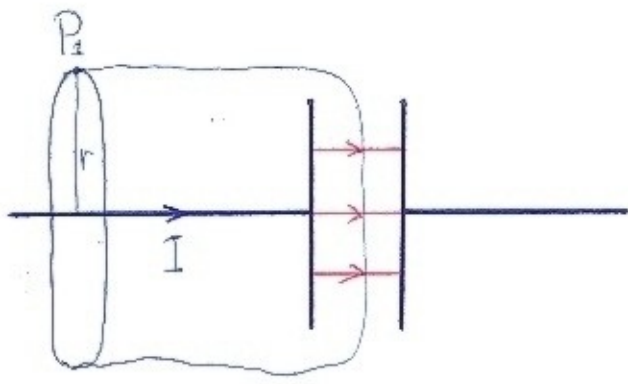
Πησσίαζοντας το μαγνητικό πεδίο, δημιουργείται μια δύναμη που θέλει να το τραβήξει μέσα σε αυτό.



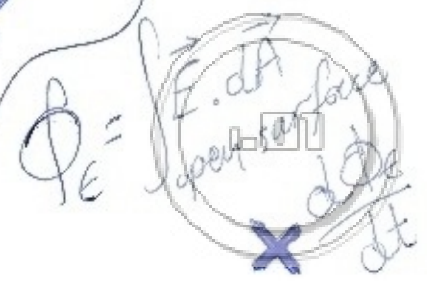
$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{\sigma_{\text{free}}}{\kappa \epsilon_0} \\ I &= \frac{dQ_{\text{free}}}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{I}{\pi R^2 \kappa \epsilon_0}$$

$$P_1: B 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$P_2: B = 0!$$



$$P_1: B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{penetr}} \Rightarrow B = 0!$$



Ο νόμος του Ampere τώρα, με την προσθήκη του Maxwell γίνεται:

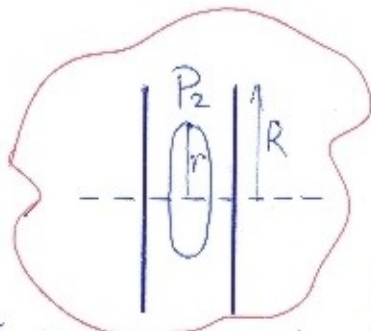
$$\oint_{\text{closed loop}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_{\text{real}} + \epsilon_0 k \frac{d}{dt} \left(\int_{\text{open surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \right) \right)$$

Ο δεύτερος όρος ονομάζεται displacement current

Έτσι τώρα, στο προηγούμενο παράδειγμα για το σημείο P_1 με την επίπεδη επιφάνεια, υπάρχει ρεύμα που διαπερνάει την επιφάνεια αυτή, αλλά δεν υπάρχει ηλεκτρική ροή που να κάνει το ίδιο. Επομένως το προηγούμενο αποτέλεσμα είναι σωστό. Στη δεύτερη περίπτωση όμως, δεν υπάρχει ρεύμα που να διαπερνάει την επιφάνεια, αλλά υπάρχει ηλεκτρική ροή. Άρα έχω ότι:

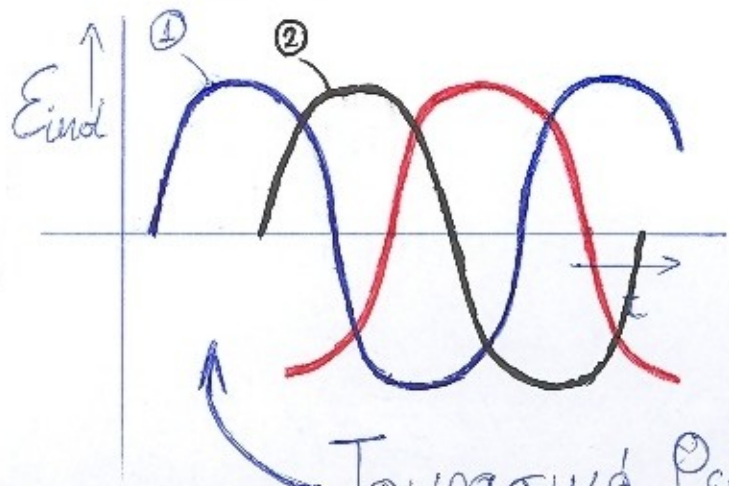
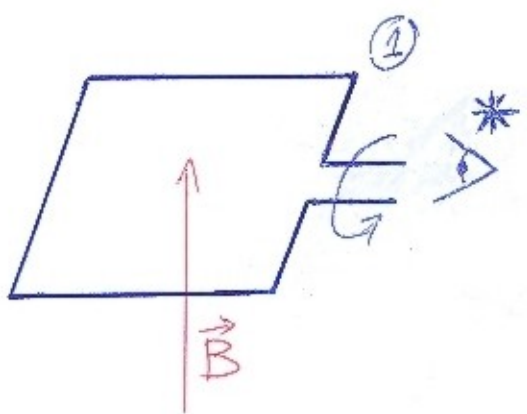
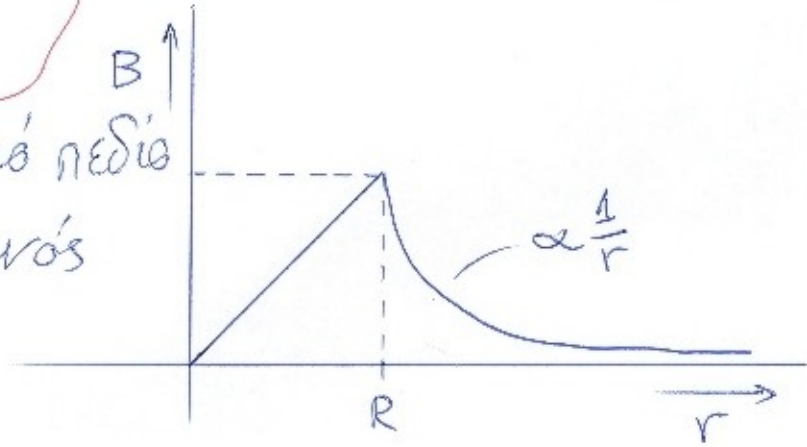
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 k A \frac{dE}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 k A R^2 \frac{I}{A R^2 k \epsilon_0} = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ παίρνω το ίδιο αποτέλεσμα!}$$

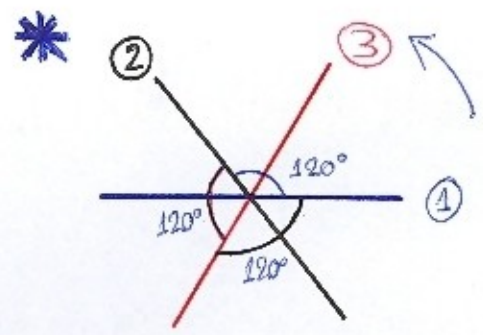


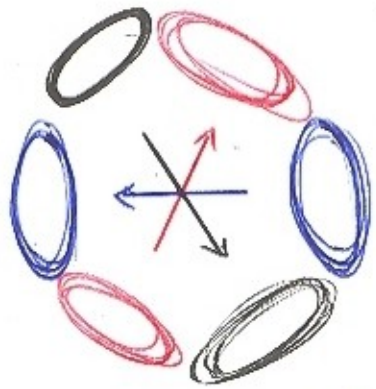
$$B_{\text{εντ}} = \mu_0 \epsilon_0 \kappa \pi r^2 \frac{I}{\pi R^2 \kappa \epsilon_0} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Το μαγνητικό πεδίο εσωτερικά ενός πυκνωτή.



Τριφασικό Ρεύμα






Παίρνω τρία σιληνοειδή πηνία, που εκτείνονται από τη μία μεριά στην άλλη, και τα τροφοδοτώ αντίστοιχα με μια φάση ενός τριφασικού ρεύματος. Μέσα στο

χρόνο το παραγόμενο μαγνητικό πεδίο παίρνει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα, ανά $\frac{1}{3}$ της περιόδου.

Σε μία περίοδο το μαγνητικό πεδίο κάνει μία πλήρη περιστροφή. Έτσι, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου.

Τώρα, τοποθετώντας ένα μαγνήτη ανάμεσα στα πηνία, αυτός θέλει να ευθυγραμμιστεί με το μαγνητικό πεδίο. Το αποτέλεσμα είναι ένας μαγνήτης που περιστρέφεται 50 φορές το δευτερόλεπτο.

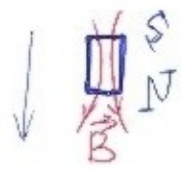
Ο παραπάνω σχηματισμός αποτελεί μία σύγχρονη 

Εάν τοποθετήσω έναν αγωγό μέσα στον προηγούμενο σχηματισμό, και με το περιστρέφόμενο μαγνητικό πεδίο να δημιουργεί μια συνεχή μεταβολή της μαγνητικής ροής, πρόκειται να τρέξουν ρεύματα Eddy. Αυτά τα ρεύματα και το μαγνητικό πεδίο θα ακολουθούν μία ροπή, πάντα προς την ίδια φορά, στον αγωγό. Έτσι ο αγωγός θα αρχίσει να περιστρέφεται. Αυτό αποτελεί μια επαγωγική μηχανή.

Υπεραγωγότητα

Στους υπεραγωγούς δεν υπάρχει ηλεκτρική αντίσταση, όπως επίσης και ηλεκτρικά πεδία, γιατί ο νόμος του Ohm λέει ότι $V=IR$ και αν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, υπάρχει διαφορά δυναμικού, και αν το $R=0$ τότε $I \rightarrow \infty!$





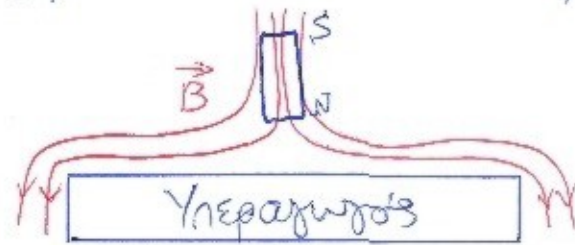
$\Sigma = 0 = I R_{\text{ολ}} = 0$. Επομένως ρεύματα Eddy πρό-

Υπεραγωγός

κείται να τρέξουν, τέτοια ώστε $\frac{d\Phi_B}{dt} = 0$.

Άρα θα τρέξουν, έτσι ώστε να μην επιτρέψουν καμία μεταβολή της μαγνητικής ροής, μέσα στον υπεραγωγό.

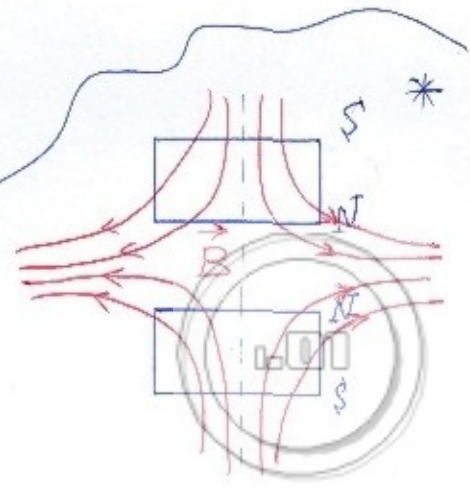
Το αποτέλεσμα είναι:

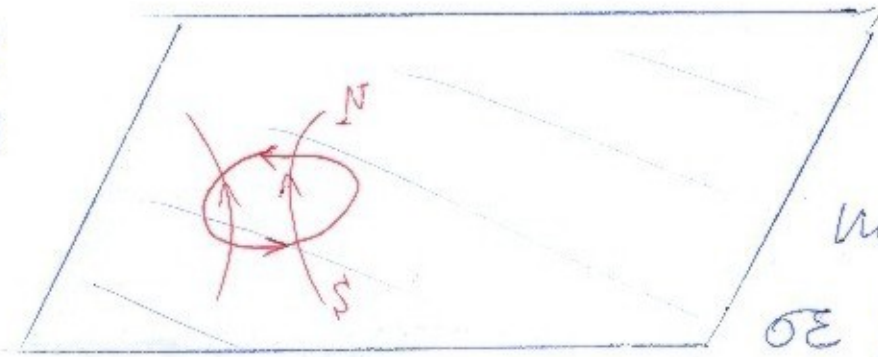
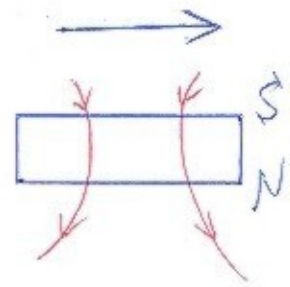


Όποτε υπάρχει ένα τέτοιο συμπιεσμένο μαγνητικό πεδίο, εμφανίζεται μαγνητική πίεση.

$$P = \frac{B^2}{2\mu_0} \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

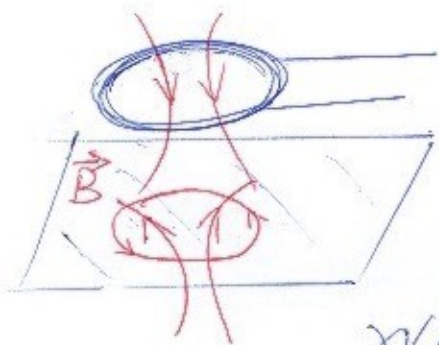
* Οι μαγνήτες απωθούνται





Εάν έχω ένα μαγνήτη και τον μεταμνήσω πάνω σε μία αγώγιμη επιφάνεια και

αυτή η μεταμνήση είναι αρκετά γρήγορη, ώστε να υπάρχει μεγάλη μεταβολή στη μαγνητική ροή, με αποτέλεσμα την εμφάνιση ισχυρών πεδίων στην αγώγιμη επιφάνεια και την αύξηση του μαγνήτη. Εάν ο μαγνήτης επιβραδύνει, τα πεδία θα πέσουν, τριβές θα εμφανιστούν και θα αναγκασθούν το μαγνήτη να σταθαιήσει.

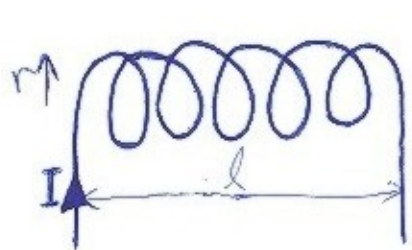


AC Τρέχοντα εναλλασσόμενο ρεύμα σε ένα ρυθίο, προκαλείται μεταβολή της μαγνητικής ροής στην αγώγιμη επιφάνεια από πάνω και τα αναπαρασώμενα μαγνητικά πεδία ανωθούν το ένα το άλλο, με το ρυθίο να αυξάνεται. Αυτοί είναι οι 3 τρόποι μαγνητικής ανύψωσης.



Όταν σε ένα κύκλωμα τρέχει ρεύμα, και αυτό το ρεύμα μεταβάλλεται, τότε δημιουργείται μεταβολή της μαγνητικής ροής, το οποίο προκαλεί ένα επαγωγικό ηλεκτρικό πεδίο \mathcal{E} , που αυτό προσπαθεί να αντισταθίσει τη μεταβολή της μαγνητικής ροής. Αυτό το φαινόμενο σε ένα κύκλωμα ονομάζεται αυτεπαγωγή.

$$\left. \begin{aligned} \Phi_B &= LI \\ \mathcal{E}_{\text{ind}} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}}$$



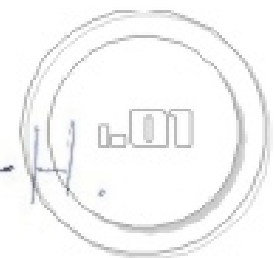
$$B = \frac{\mu_0 I N}{l}$$

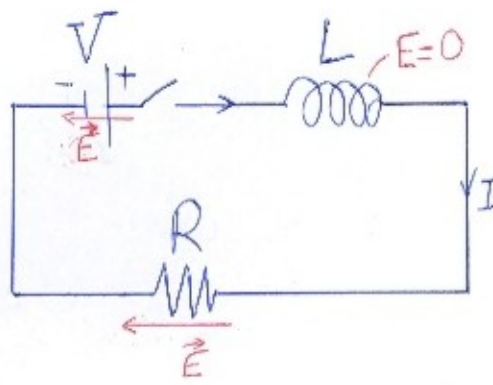
$$\Phi_B = \pi r^2 N^2 \mu_0 I / l = LI \Rightarrow \boxed{L = \pi r^2 \frac{N^2}{l} \mu_0}$$

↑
Επισημαίνεται

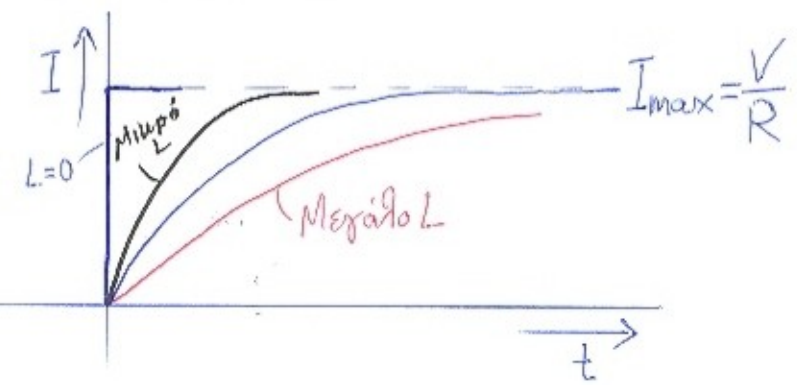
$$\left. \begin{aligned} N &= 2800 \\ r &= 5 \text{ cm} \\ l &= 0,6 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow L = 0,1 \text{ H}$$

Μονάδα Μέτρησης είναι το Henry - H.



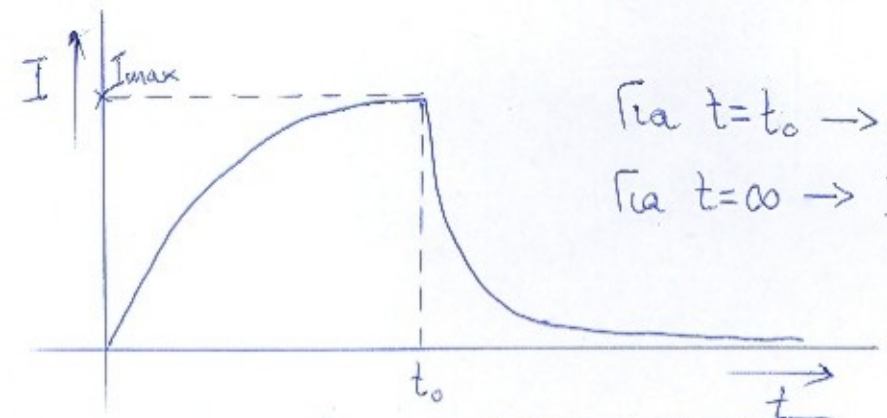
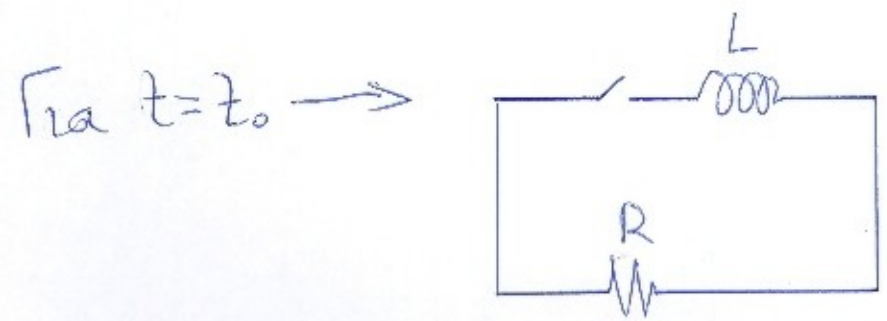


$t=0 \rightarrow I=0$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow 0 + IR - V = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \boxed{V - L \frac{dI}{dt} = IR}$$

$$\Rightarrow L \frac{dI}{dt} + IR - V = 0 \Rightarrow \boxed{I = I_{max} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), I_{max} = \frac{V}{R}}$$



Για $t=t_0 \rightarrow I = \frac{V}{R}$
 Για $t=\infty \rightarrow I \rightarrow 0$

Η αυτεπαγωγή θα προσπαθήσει να διατηρήσει το ρεύμα.

$$L \frac{dI}{dt} + IR - V = 0 \Rightarrow \boxed{I = I_{max} e^{-\frac{R}{L}t}}$$



Η συνολική θερμότητα που παράγεται στην αντίσταση του πηνίου κατά το πρώτο εξασθενεί:

$$\int_0^{\infty} IR dt = I_{\max}^2 R \int_0^{\infty} e^{-\frac{R}{L}t} dt = \frac{1}{2} LI_{\max}^2$$

$$B = \frac{\mu_0 IN}{l}$$

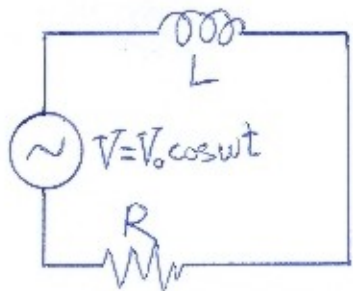
$$L = \pi r^2 \frac{N^2}{l} \mu_0$$

Για οποιαδήποτε στιγμή στο χρόνο, η ενέργεια που υπάρχει στο πηνίο, υπό μορφή μαγνητικού πεδίου, είναι:

$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} (\pi r^2 l)$$

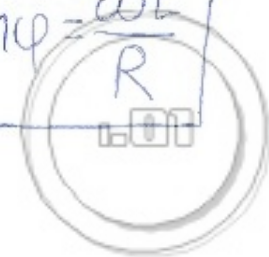
↓
όγκος του πηνίου

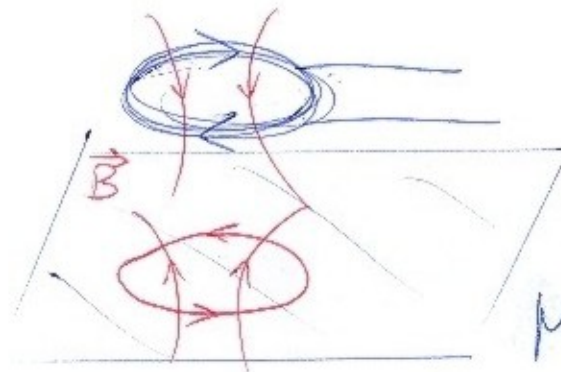
Πυκνότητα ενέργειας μαγνητικού πεδίου = $\frac{B^2}{2\mu_0} \left[\frac{J}{m^3} \right]$



$$L \frac{dI}{dt} + IR - V_0 \cos \omega t = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cos(\omega t - \varphi), \quad \tan \varphi = \frac{\omega L}{R}$$





AC 50Hz

Όταν το μαγνητικό πεδίο στο πηνίο αυξάνεται, δημιουργείται ένα επαγωγόμενο μαγνητικό πεδίο αντίθετο, που

θα ασπεί το ένα το άλλο. Όταν όμως το μαγνητικό πεδίο

στο πηνίο ελαττώνεται, τότε το πεδίο στον αγωγό αντιστρέφεται

και τα δύο πεδία έλκουν το ένα το άλλο. Παρόλα αυτά η ανύψωση συμβαίνει. Τι γίνεται;

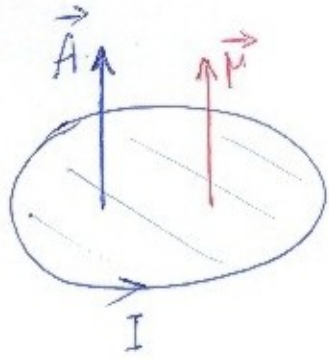
Τα ρεύματα Eddy τρέχουν σε συγκεντρωμένες διαδρομές που έχουν αντίσταση R και αυτεπαγωγή L . Όμως έχω μια γωνιακή συχνότητα

ω για το ρεύμα, και έτσι τα ρεύματα Eddy θα καθυστερήσουν κατά

μία γωνία φάσης $\frac{\omega L}{R} = \tan \varphi$ σε σχέση με το επαγόμενο ηλεκτρικό

πεδίο E_{ind} , το οποίο εμφανίζεται άμεσα. Αποτέλεσμα είναι, κατά όρο το σύστημα να λειτουργεί με αντίθετα πεδία. Όταν το $R=0$ $\varphi=90^\circ$ και αυτή είναι η περίπτωση του υπεραγωγού, με την πλήρη ανύψωση.



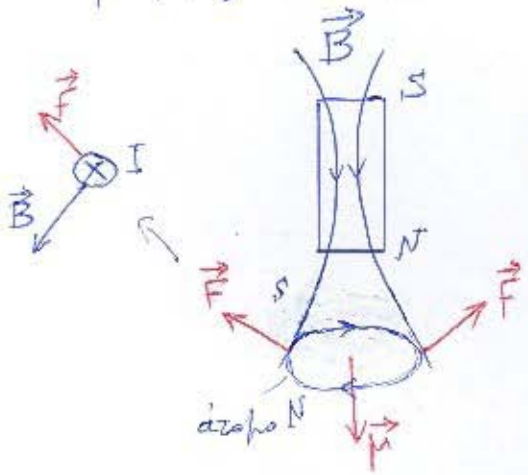


$$\vec{\mu} = I \vec{A} \quad \text{Μαγνητική Διπολική Ροπή}$$

Διαμαγνητισμός: Όταν διαμαγνητικά υλικά εμβιβάζονται σε ένα εξωτερικό πεδίο, τότε θα προσπαθήσουν να αναρέσουν αυτό το πεδίο, και έτσι δημιουργείται μία αντίθετη διπολική ροπή που εναντιώνεται σε αυτό. Έτσι εσωτερικά του υλικού δημιουργείται ένα πεδίο λίγο μικρότερο από το εξωτερικό. Διαμαγνητικά υλικά αποθλώνται από ένα μαγνητικό.

Παραμαγνητισμός: Στα παραμαγνητικά υλικά, τα άτομα και τα μόρια έχουν από μόνα τους μια στοιχειώδη μαγνητική διπολική ροπή, που στην ελεύθερη κατάσταση, όλες μαζί βρίσκονται σε τυχαίες κατευθύνσεις, μη προσφέροντας ένα συνολικό πεδίο. Όταν όμως αυτά, βρεθούν σε ένα εξωτερικό πεδίο, κάθε μία $\vec{\mu}$ τείνει να ευθυγραμμιστεί με το πεδίο αυτό. Η επιτυχία του, εξαρτάται από την ένταση του μαγνητικού πεδίου, αλλά και από τη θερμοκρασία (μικρότερη θερμοκρασία, έχει ως αποτέλεσμα ένα καλύτερο προσανατολισμό, λόγω θερμικής χαστικής κίνησης).

Παραμαγνητικά υλικά έλκονται από ένα μαγνήτη.*



Επομένως ασκείται μια συνολική δύναμη προς τα πάνω, στο άτομο, και αυτό έλκεται προς το μαγνήτη. Τείνουν να πάνε εκεί που η ένταση του πεδίου είναι μεγάλη (μη ομοιόμορφα πεδία).

Όταν εξαφανίζεται το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, τα $\vec{\mu}$ γυρίζουν στην προηγούμενη χαοτική κατάσταση, και το υλικό πλέον απομαγνητίζεται.

Φερρομαγνητισμός: Στα φερρομαγνητικά υλικά, υπάρχουν και εδώ δίπολα, όμως υπάρχουν περιοχές, με διαστάσεις μερικών δεκάτων του χιλιοστού, όπου τα δίπολα, μέσα σε αυτές, είναι πλήρως προσανατολισμένα. Η κάθε περιοχή τώρα, έχει τυχαία κατεύθυνση, και επομένως μπορεί να μην εμφανίζεται καθόλου συνολικό εξωτερικό πεδίο. Εάν εκθροιστεί ένα εξωτερικό μαγν. πεδίο, οι περιοχές αυτές προσανατολίζονται, δημιουργείται μια



δυναμική διπολική ροπή, και έτσι καταφέρνω να μαγνητίσω υλικά.
Και αυτό γιατί, όταν αφαιρέσω το εξωτερικό πεδίο, κάποιες περιοχές
παραμένουν προσανατολισμένες, εξακολουθώντας να εμφανίζονται συν-
στάτημη διπολική ροπή.

Το εναρτημένο αυτό πεδίο μπορεί να αφαιρεθεί είτε χτυπώντας το
υλικό με ένα σφυρί είτε θερμαίνοντάς το.

Για τον ίδιο λόγο που τα παραμαγνητικά υλικά έλκονται από ένα
εξωτερικό πεδίο, έτσι και τα φεροφορητικά υλικά έλκονται, μόνο
που σε αυτή την περίπτωση οι δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι
ΠΟΛΥ μεγαλύτερες.

Παραμαγνητικά υλικά, στις περισσότερες περιπτώσεις, δεν μπορούν να
κρεμαστούν από ένα μαγνήτη, διότι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται έ-
ναι πολύ μικρό ποσοστό της βαρυτικής δύναμης, και έτσι η βαρύτητα
υπεριχύει.

Σε κάθε περίπτωση υλικού το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο, είναι ανάλογο του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου, με σταθερά αναλογίας k_m .

$$\vec{B} = k_m \vec{B}_{\text{vacuum}}$$

→ σχετική διαπερατότητα

Επειδή στα διαμαγνητικά και παραμαγνητικά υλικά, το επαγόμενο πεδίο είναι ελάχιστα διαφορετικό από το εξωτερικό, το k_m συνήθίζεται να γραφεί:

$$k_m = 1 + \chi_m$$

→ μαγνητική ευδευκτιμότητα

Διαμαγνητικά: $\chi_m < 0$

Παραμαγνητικά: $\chi_m > 0$

Στα φερρομαγνητικά υλικά: $\chi_m \approx k_m \approx 10^2 \rightarrow 10^5!$

Εάν θερμάνω ένα φερρομαγνητικό υλικό, χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες, σε μία συγκεκριμένη θερμοκρασία για κάθε διαφορετικό στοιχείο, όπου διαλύονται οι εσωτερικές περιοχές. Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται θερμοκρασία Curie. Τότε το υλικό γίνεται παραμαγνητικό.

Προηγούμεως ανέφερα ότι παραμαγνητικά υλικά δεν μπορούν να κρεμαστούν από ένα μαγνήτη. Όμως υπάρχουν περιπτώσεις όπου αυτό συμβαίνει. Το οξυγόνο είναι παραμαγνητικό υλικό. Στην αέρια μορφή του, προφανώς δεν το βλέπω να επηρεάζεται από ένα μαγνητικό πεδίο. Το υγρό οξυγόνο όμως, εάν παράλληλα ψυχθεί, έχοντας μεγαλύτερη πυκνότητα, που σημαίνει περισσότερα άτομα, και περισσότερα υποψήφια δίπολα, μπορεί να ελκθεί από ένα μαγνήτη. Έτσι μπορεί να δω ένα υγρό, να βρῖσκεται στον αέρα!

Πόσο μεγάλη μπορεί να γίνει η μαγνητική διπολική ροπή, και επομένως πόσο μεγάλη μπορεί να είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου που επάγεται από το εξωτερικό; ↪



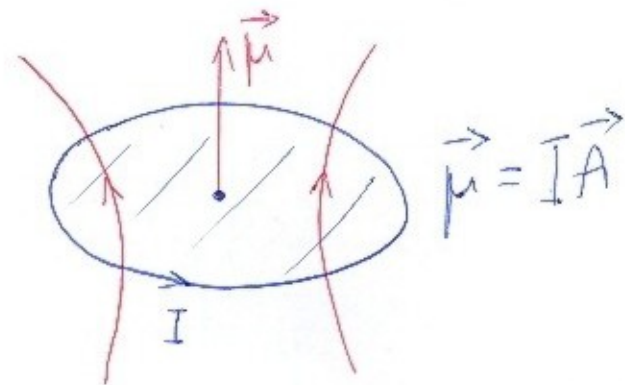
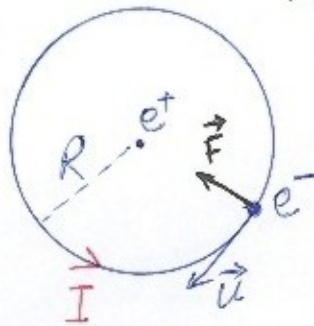
H

άτομο υδρογόνου

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$R = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m (ακτίνα του Bohr)}$$



$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{m_e u^2}{R} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{e^2}{m_e 4\pi\epsilon_0 R}} \approx 2,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad A = \pi R^2 = 8 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$$

$$T = \frac{2\pi R}{u} = 1,4 \cdot 10^{-16} \text{ sec}, \quad I = \frac{e}{T} \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

Άρα: $\mu = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$ Μαγνητόνη του Bohr

Η μαγνητική διπολική ροπή ενός υλίου είναι υφαντισμένη, εφομένως μπορεί να είναι μόνο αμέγαισ πολλαπλασία της μαγνητόνης του Bohr. Περισσότερα από τα άτομα και μόρια έχουν διπολικές ροπές που είναι μία ή δύο φορές η μαγνητόνη του Bohr.

Το μαγνητικό πεδίο εσωτερικά ενός υλικού είναι:

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{vacuum}} + \vec{B}'$$

εσωτερικό πεδίο
το αποτέλεσμα του προσανατολισμού του διπόλου.

$$\text{Εάν } \vec{B}_{\text{vac}} \propto \vec{B}' \text{ τότε } \vec{B}' = \chi_M \vec{B}_{\text{vac}}, \quad \vec{B} = (1 + \chi_M) \vec{B}_{\text{vac}} = \kappa_M \vec{B}_{\text{vac}}$$

Στα παραμαγνητικά υλικά ισχύει πάντα, στα φερρομαγνητικά όμως υπάρχουν περιπτώσεις όπου δεν ισχύει.

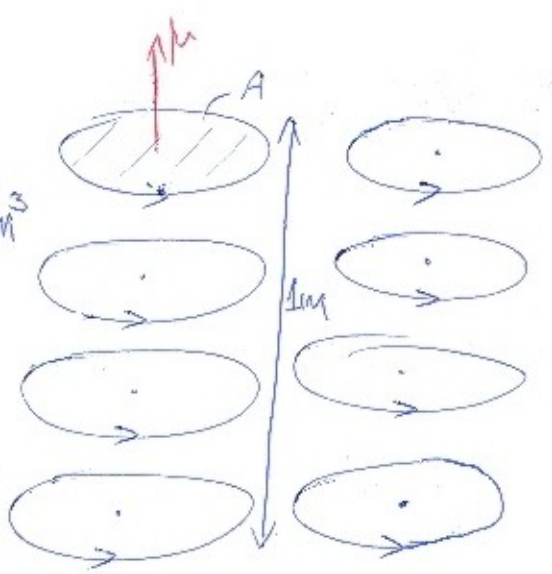
Στα φερρομαγνητικά υλικά, τα διπόλα είναι ομαδοποιημένα σε περιοχές, και έτσι είναι σχετικά εύκολο, να πετύχω τον κορεσμό όπου όλες οι περιοχές είναι προσανατολισμένες προς μία κατεύθυνση.



Ασφαλιστικά

$$\mu = 2\mu_B$$

$$N = 10^{29} \text{ atoms/m}^3$$

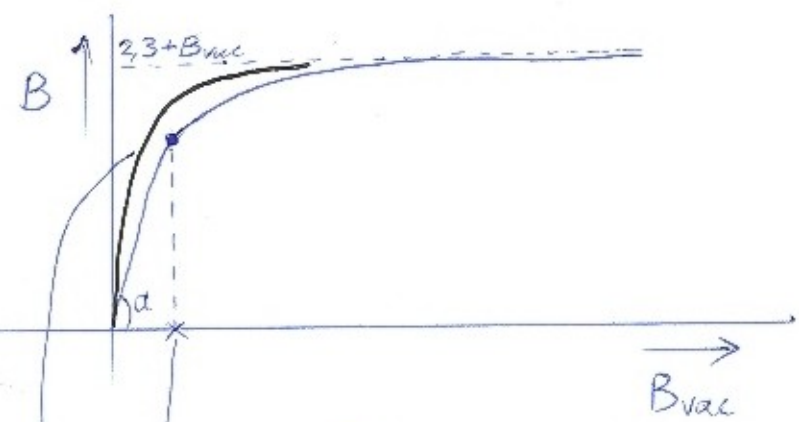


Σε ένα σπυρίο: $B = \mu_0 \frac{IN}{l}$? ΕΣΩ

$V = A l^3$
 $\# A N \text{ atoms/m}$

$\Rightarrow B = \mu_0 I A N = \mu_0 2\mu_B N \Rightarrow$
 $\Rightarrow \boxed{B = 2,3 T}$

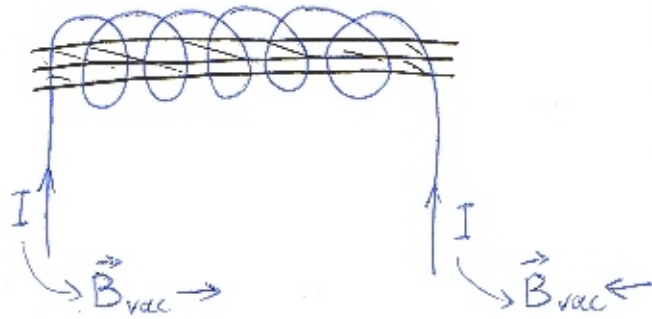
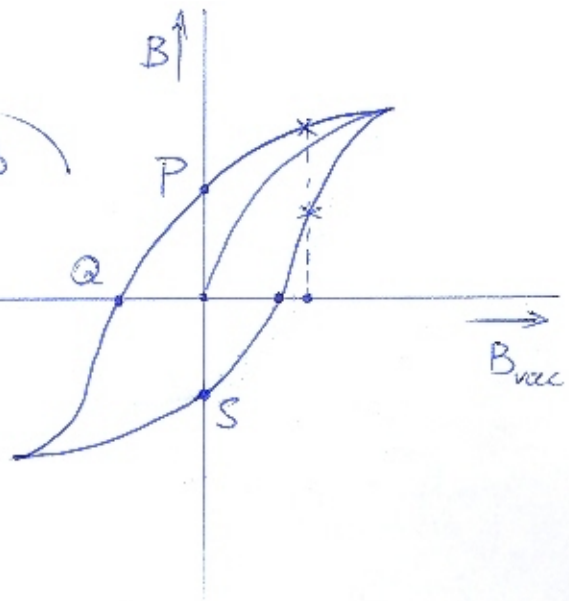
(Μηκίο) $B_{vac} = \mu_0 I N / l$, $k_M = 10^3$, $\tan \alpha = k_M$



→ αν ξεπεραστεί αυτή η τιμή, παύει να ισχύει η γραμμικότητα για μικρότερη θερμοκρασία



καμπύλη υστερήσεως



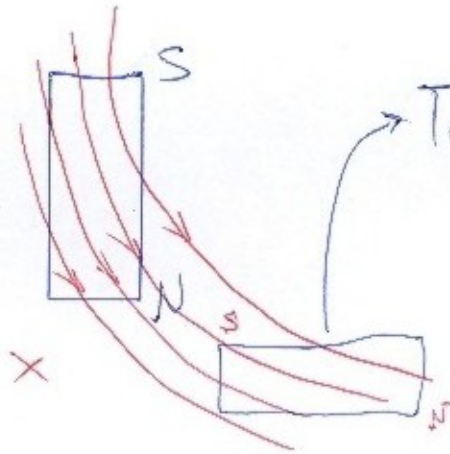
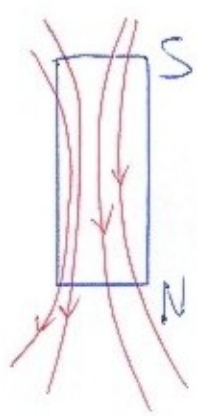
Για μια συγκεκριμένη τιμή ρεύματος, έχω δύο πιθανές τιμές για το \vec{B} .

- P: $B_{vac} = 0, \vec{B}' \rightarrow$
- Q: $\vec{B}_{vac} \leftarrow, B = 0$
- S: $B_{vac} = 0, \vec{B}' \leftarrow$

Επομένως, δεν μπορώ να ξέρω την ένταση του επαχθμένου μαγνητικού πεδίου ενός υλίου, όταν το εμβάσω σε ένα εξωτερικό πεδίο. Εξαρτάται από το ιστορικό του υλίου, τι προηγήθηκε πριν το χρησιμοποιήσω εδώ.



Ένα φερρομαγνητικό λίκνο επηρεάζει τα μαγνητικά πεδία ενός μαγνήτη.

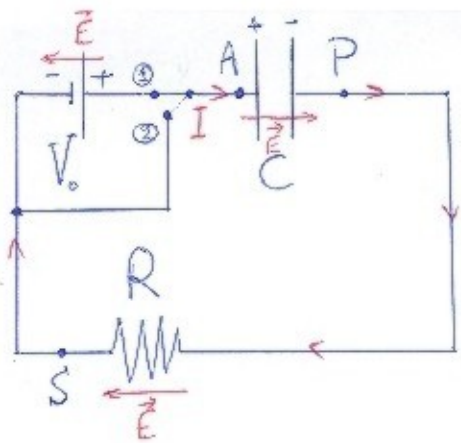


Το λίκνο θα υποστηρίξει το πεδίο

Ο νόμος του Ampere, τροποποιημένος από τον Maxwell, τώρα γίνεται:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_{\text{pen}} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right) \quad 4^{\text{th}} \text{ Maxwell's Equation}$$





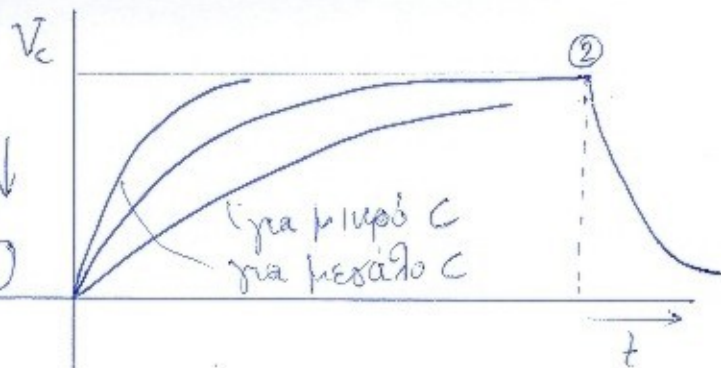
$$V_c = V_A - V_P$$

$$V_R = IR = V_P - V_S$$

$$t=0 \quad V_c = 0$$

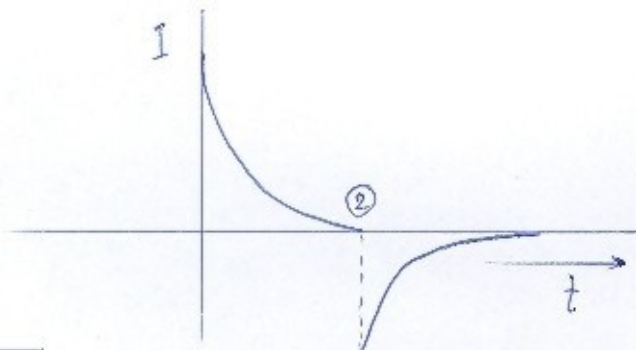
$$t>0 \quad V_c \uparrow, I \downarrow$$

$$t \rightarrow \infty \quad V_c = V_0, I = 0$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow +V_c + IR - V_0 = 0$$

$$I = \frac{dQ}{dt}, V_c = \frac{Q}{C}$$



$$\Rightarrow \frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} - V_0 = 0$$

$$\Rightarrow Q = V_0 C (1 - e^{-t/RC})$$

$$\Rightarrow V_c = V_0 (1 - e^{-t/RC})$$

$$I = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$$

t	I	V_c
0	V_0/R	0
∞	0	V_0
RC	$\frac{1}{e} \frac{V_0}{R}$ (0,37)	$(1 - \frac{1}{e}) V_0$ (0,63)

R	C	RC
1Ω	4μF	10 ⁻⁶ sec
100MΩ	1mF	10 ⁸ sec



Με το διακόπτη στη θέση ②: $\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} - \cancel{V_0} = 0 \Rightarrow \frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q = V_0 C e^{-\frac{t}{RC}} \\ I = -I_{\max} e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$$

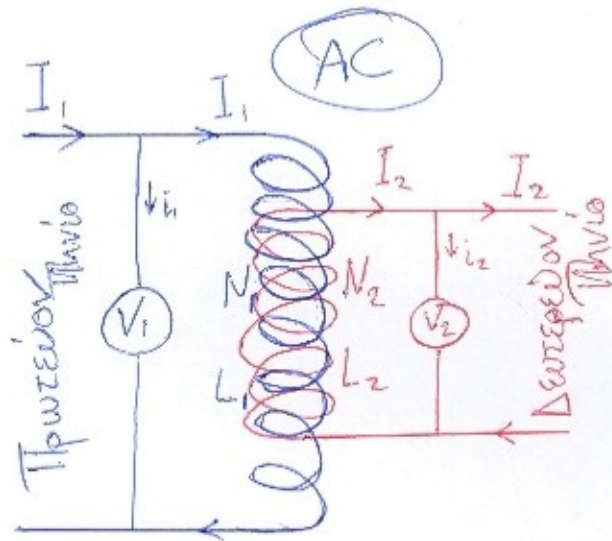
$$\Rightarrow V = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Ο πυκνωτής τώρα αποφορ-

τίζεται, με την ενέργειά του να κα-

ταναλώνεται στην αντίσταση, υπό μορφή θερμότητας.

Μετασχηματιστές

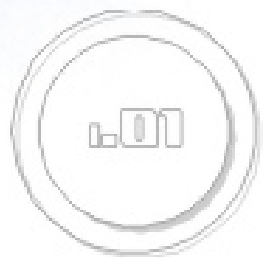


Αντιστοιχένες εξισώσεις:

$$0 - V_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} = \mathcal{E}_{\text{ind1}} = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$V_2 + 0 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} = \mathcal{E}_{\text{ind2}} = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{V_2}{V_1} \right| = \frac{N_2}{N_1}$$



Για τα ρεύματα πρέπει να ισχύει: $R \ll \omega L$

• Δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας υπό μορφή ρευμάτων Eddy.

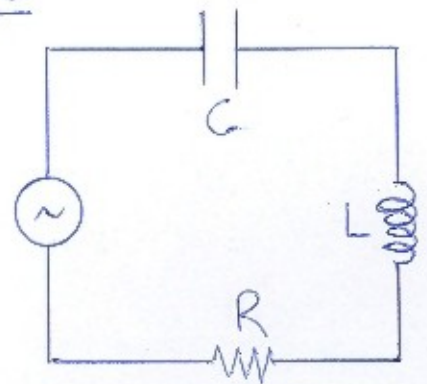
• Το ζευγάρωμα των πηνίων είναι ιδανικό, οπότε η μεταβολή της μαγνητικής ροής και στα δύο πηνία είναι ίδια.

Τότε η ενέργεια που παράχεται από το πρωτεύον πηνίο είναι ίδια με αυτήν που καταναλώνεται στο δευτερεύον πηνίο.

$$\left. \begin{array}{l} I_1 V_1 = I_2 V_2 \\ \left| \frac{V_2}{V_1} \right| = \frac{N_2}{N_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\left| \frac{I_2}{I_1} \right| = \frac{N_1}{N_2}}$$



LRC



$$V = V_0 \cos \omega t$$

$$\left. \begin{aligned} V_c + 0 + IR - V_0 \cos \omega t &= -L \frac{dI}{dt} \\ I &= \frac{dQ}{dt}, V_c = \frac{Q}{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cos(\omega t - \varphi), \quad \tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Το Z φτάνει σε μία μέγιστη τιμή, όπου δεν υπάρχει τιμή του ω , που να μπορεί να δώσει ευημερίων πρώτα. Αυτό ονομάζεται συντονισμός, και ισχύει:

$$X = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ - συχνότητα συντονισμού}$$

$$\left\{ \omega L - \frac{1}{\omega C} = X \text{ - άεργος αντίσταση} \right.$$

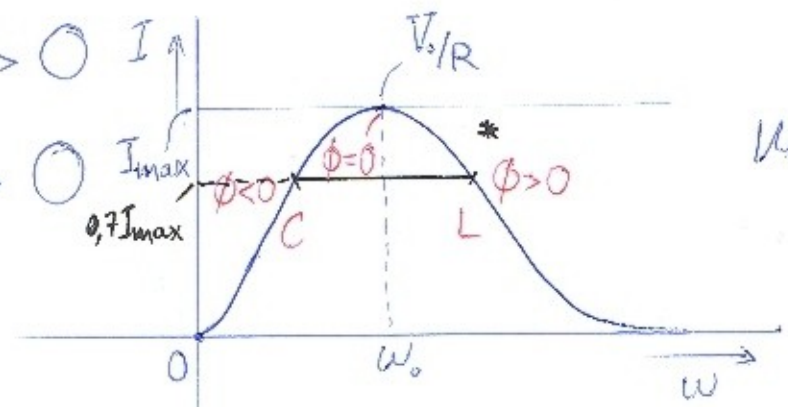
$$\sqrt{R^2 + X^2} = Z \text{ - εμπέδηση}$$

Ενεργός αντίσταση



$\omega \rightarrow 0, Z \rightarrow \infty, I_{max} \rightarrow 0$

$\omega \rightarrow \infty, Z \rightarrow \infty, I_{max} \rightarrow 0$



καμπύλη
συντονισμού

* Ορίζεται ως το εύρος καμπύλης

$$\Delta\omega = \frac{R}{L}$$

Ορίζεται επίσης η ποιότητα συντονισμού, που είναι

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \Rightarrow Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

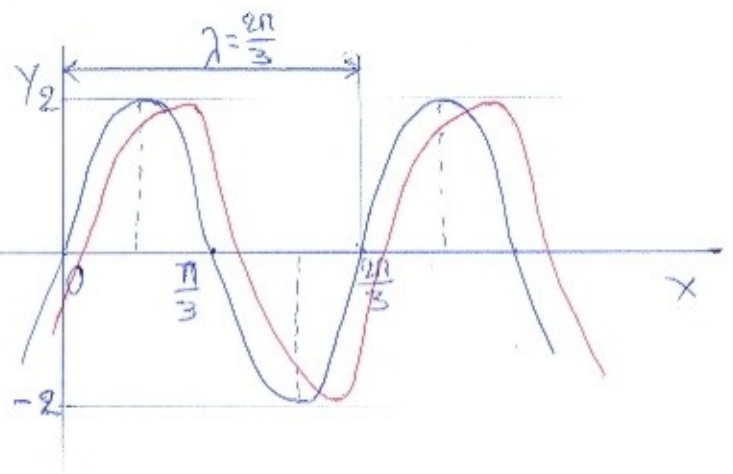
Παίρνω 0,7 του μέγιστου ρεύματος, γιατί με ενδιαφέρει η ενέργεια ($I^2 R$) και όχι το ίδιο το ρεύμα, και έτσι όταν υψώσω το 0,7 στο τετράγωνο, παίρνω 0,5, που είναι το εύρος για τη μισή ενέργεια.

Για κυκλώματα υψηλής ποιότητας συντονισμού, μια ελαφριά απόκλιση στην συχνότητα συντονισμού, δίνει πολύ μικρά ρεύματα.



Μήτρα

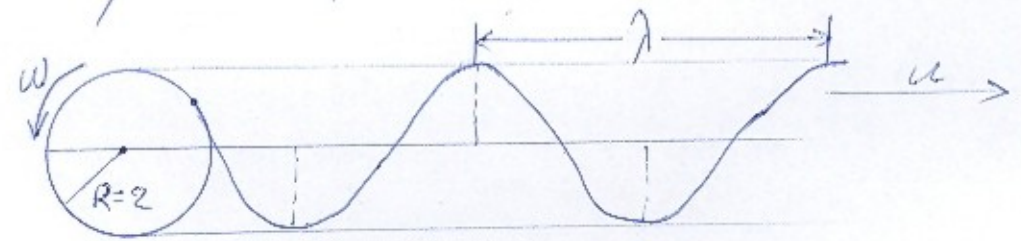
$$y = 2 \sin 3x$$



$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = 3 \rightarrow K: \text{μήτρα}$$

Τώρα θέλω το μήτ να μετακινηθεί με 6 m/s προς τα δεξιά:

$$y = 2 \sin 3(x - 6t)$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \lambda = uT = \frac{u}{f} \Rightarrow f = \frac{u}{\lambda}$$

Άρα $y = A \sin(kx - \omega t)$ ή $y = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$

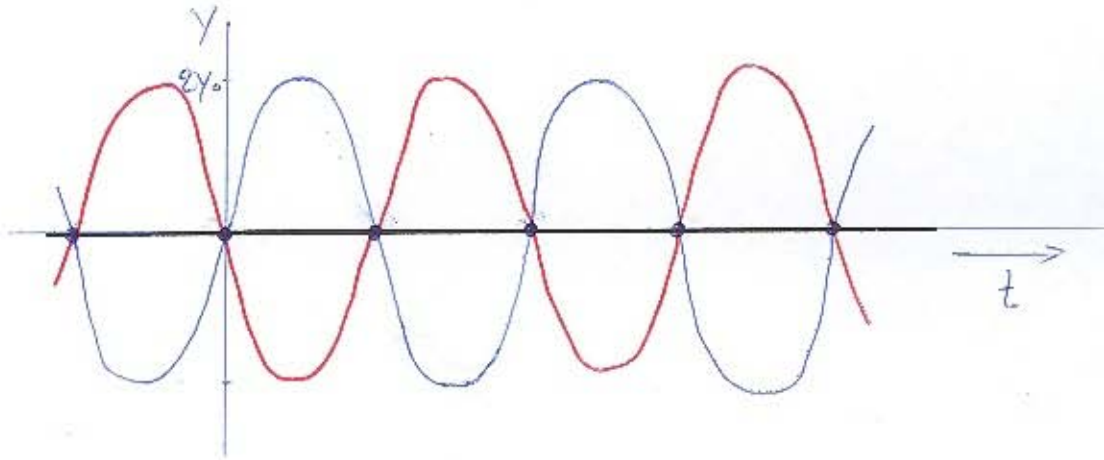
A circular diagram with a central point. The radius is labeled R . The circumference is labeled $2\pi R$. The angular displacement is labeled ωt . The wave number is labeled k . The diagram illustrates the relationship between the wave number k and the radius R of the circle, where $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ and $\lambda = 2\pi R$.

Στασιμά Κόμβοι

$$y_1 = y_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_0 \sin(kx + \omega t)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2y_0 \sin kx \cos \omega t$$

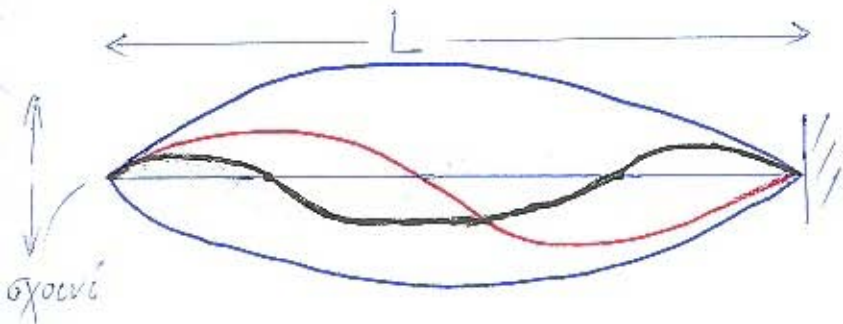


$$t=0$$

$$t = \frac{1}{4}T$$

$$t = \frac{1}{2}T$$

- δεσμοί: σημεία, τα οποία μέσα στον χρόνο δεν μετακινούνται



1^η αρμονία (θεμελιώδης): $\lambda_1 = 2L$, $f_1 = \frac{u}{2L}$

2^η αρμονία: $\lambda_2 = L$, $f_2 = 2f_1$

3^η αρμονία $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$, $f_3 = 3f_1$



n -οστή αρμονία: $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ και $f_n = \frac{n u}{2L}$

Η u σε ένα σχοινί, μια χορδή εξαρτάται από την τάση που αναπτύσσεται σε αυτή, τη μάζα και το μήκος του, με τη σχέση:

$$u = \sqrt{\frac{\text{Τάση}}{\text{Μάζα} / \text{Μήκος}}}$$

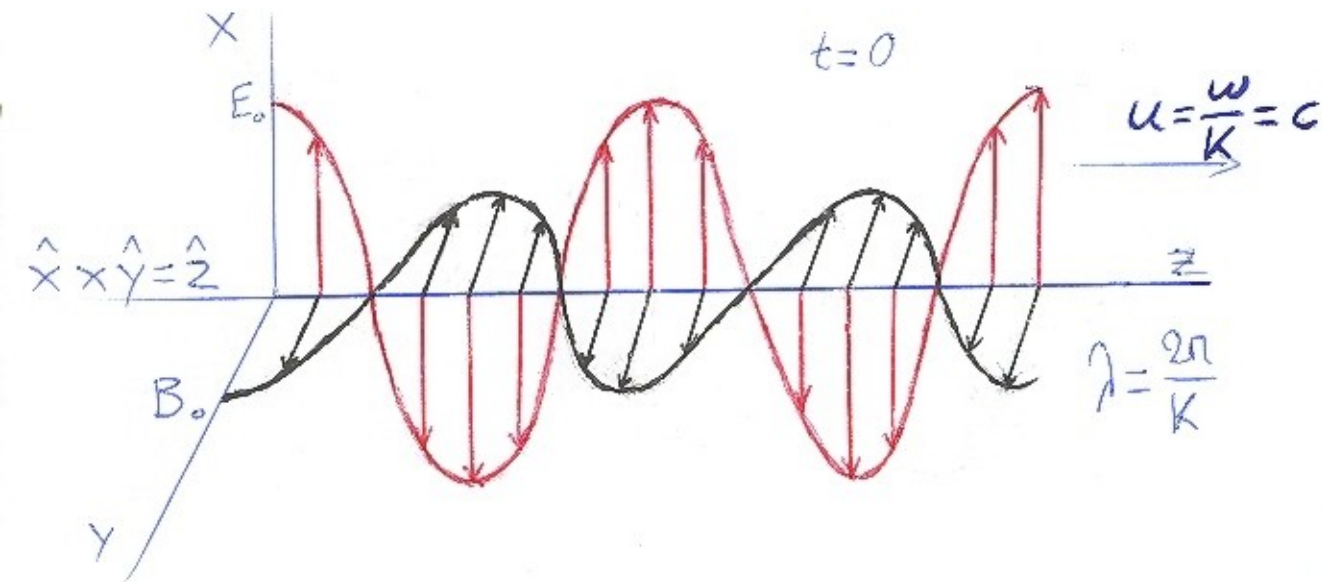
Η ταλάντωση μιας χορδής μεταβάλλει την πίεση του περιβάλλοντα αέρα. Έτσι κλάσα μεταβολής της πίεσης του αέρα μεταδίδονται στο χώρο. Η ταχύτητα αυτών, όμως, είναι συγκεκριμένη, και για τη δική ^{μας} ατμόσφαιρα είναι 340 m/s , ενώ είναι $u \propto \sqrt{\frac{\text{Θερμότητα}}{\text{Μοριακό Βάρος}}}$.



Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

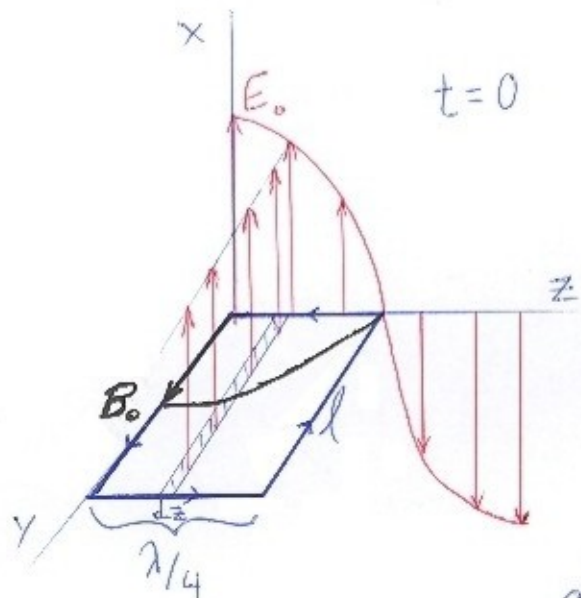
$$\vec{E} = E_0 \hat{x} \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{B} = B_0 \hat{y} \cos(kz - \omega t)$$



$$B_0 = \frac{E_0}{c} \quad \text{και} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$





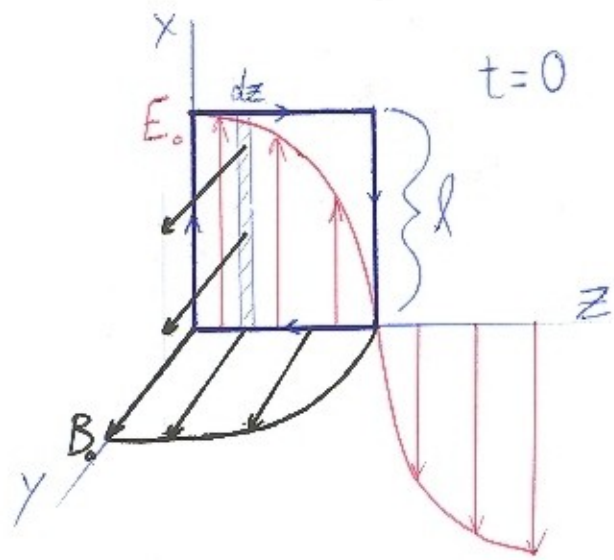
$t=0$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad *1 \quad \text{Ampere's Law}$$

$$\Phi_E = \int_0^{\lambda/4} l dz E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_E}{dt} &= l E_0 (-\omega) \left(- \int_0^{\lambda/4} \sin(kz - \omega t) dz \right) = \frac{l E_0 \omega}{k} (-\cos kz) \Big|_0^{\lambda/4} = \\ &= l E_0 c \end{aligned}$$

*1 $B_0 l = \epsilon_0 \mu_0 l E_0 c \Rightarrow$ Εφαρμόζοντας τώρα το νόμο του Faraday, παίρνουμε όμως τη διαδρομή στο επίπεδο xz (η απόδειξη ακολουθεί) βγάλω τη σχέση $E_0 = B_0 c$ και αντιστρέφοντας την στην προηγούμενη παίρνω ότι $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$!!!



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad *2 \quad \text{Faraday's Law}$$

$$\Phi_B = \int_0^{\lambda/4} l dz B_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = l B_0 \omega \int_0^{\lambda/4} \sin(kz - \omega t) dz = l B_0 \omega / k (-\cos kz) \Big|_0^{\lambda/4} = l B_0 c$$

$$\left. \begin{array}{l} *2 \quad E_0 l = l B_0 c \Rightarrow E_0 = B_0 c \\ *1 \quad B_0 = \epsilon_0 \mu_0 E_0 c \end{array} \right\} \Rightarrow B_0 = \epsilon_0 \mu_0 B_0 c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

$$\Rightarrow$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Var of μ_0 is $4\pi \times 10^{-7}$

Ιδιότητες των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων:

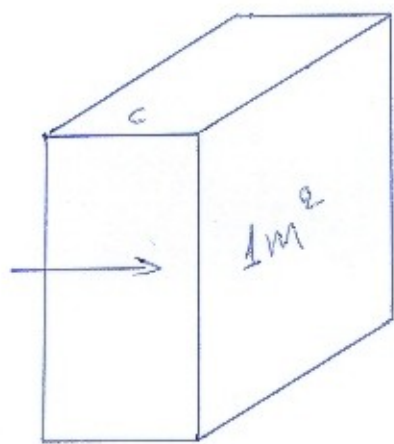
- $\vec{E} \perp \vec{u}$, $\vec{B} \perp \vec{u}$, $\vec{E} \perp \vec{B}$
- \vec{E} και \vec{B} βρίσκονται σε φάση
- $\vec{E} \times \vec{B} = \vec{u}$
- $B_0 = \frac{E_0}{c}$ στο κενό
- $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ στο κενό



Πυκνότητα ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου: $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \text{ J/m}^3$

" " " " " " : $u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2\mu_0} \frac{E^2}{c^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \text{ J/m}^3$

Άρα $u_{\text{tot}} = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E B c \text{ [J/m}^3\text{]}$



Πόση ενέργεια περνάει από μια επιφάνεια 1 m^2 ανά sec;

Σε ένα sec το φως διανύει απόσταση $c = 300.000 \text{ km}$.
Ο όγκος είναι $c \text{ m}^3$.

$$u_{\text{tot}} c = \epsilon_0 E B c^2 = \frac{E B}{\mu_0} \text{ [J/m}^2 \text{ sec]}$$

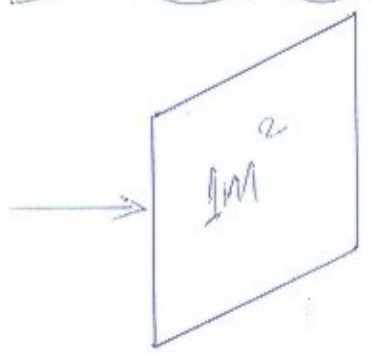
Αυτό είναι το διάνυσμα Poynting: $\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \text{ [W/m}^2\text{]}$

Τα πεδία μεταβάλλονται στο χρόνο και έτσι η μέση τιμή του $\vec{S} = \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0}$

$$E_0 = 100 \text{ V/m} \rightsquigarrow \bar{S} = \frac{100^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 13 \text{ W/m}^2$$

$$E_0 = 1000 \text{ V/m} \rightsquigarrow \bar{S} = 1,3 \text{ kW/m}^2$$

Κάθε φωτόνιο που ταξιδεύει έχει ενέργεια. Επομένως με ταξιδεύει ορμή, που ισούται με $p = \frac{\text{energy 1 photon}}{c}$.



$$\bar{S} = \frac{\overset{\text{ορμή}}{\text{energy}}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} = \frac{\overset{\text{δύναμη}}{P}}{\text{m}^2 \text{ sec}} = \frac{F}{\text{m}^2} = \text{pressure}$$

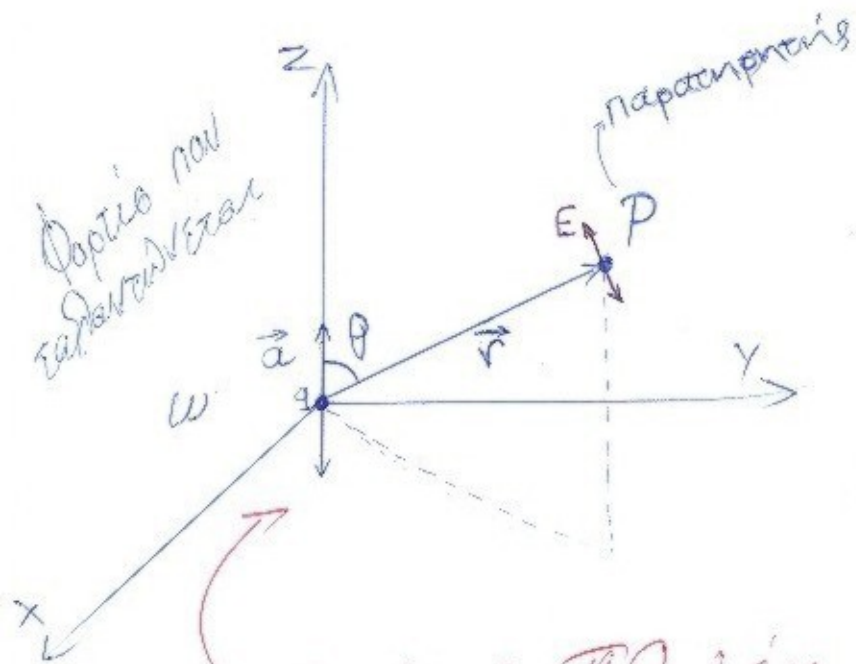
$\Rightarrow \frac{1}{c} \bar{S} \alpha$ - Πίεση Ακτινοβολίας

$\alpha = 1$ - Η ακτινοβολία απορροφάται πλήρως

$\alpha = 0$ - Η ακτινοβολία διαπερνάει ένα σώμα χωρίς να το επηρεάζει

$\alpha = 2$ - Η ακτινοβολία αντανακλάται πλήρως





Φορτίο που ταλαντώνεται

Παρατηρητής

$$\vec{E} \perp \vec{r}$$

\vec{a} , \vec{r} , \vec{E} βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο

$$E \propto q \frac{a \sin \theta}{r^3}$$

Γραμμικά Πολωμένη Ακτινοβολία
$$S \propto q^2 \frac{a^2 \sin^2 \theta}{r^2}$$

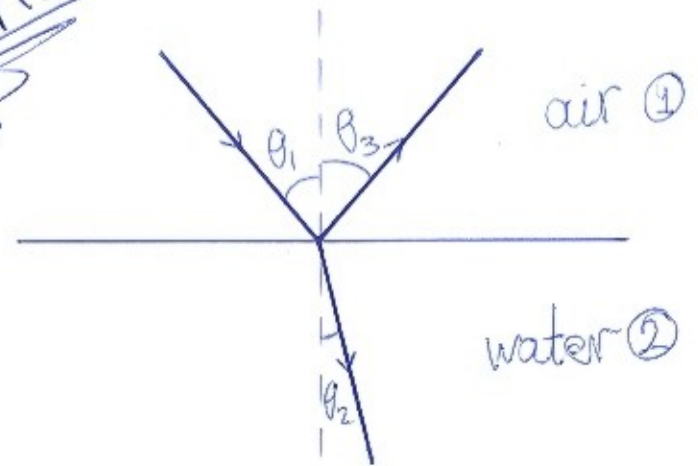
Αν το σημείο P βρίσκεται στον άξονα z, δηλαδή η γωνία $\theta = 0$, τότε το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν, δηλαδή ο παρατηρητής δεν δέχεται ακτινοβολία.

Στη διεύθυνση ταλάντωσης του φορτίου δεν εκπέμπεται ακτινοβολία.



Οπτική

Snell:



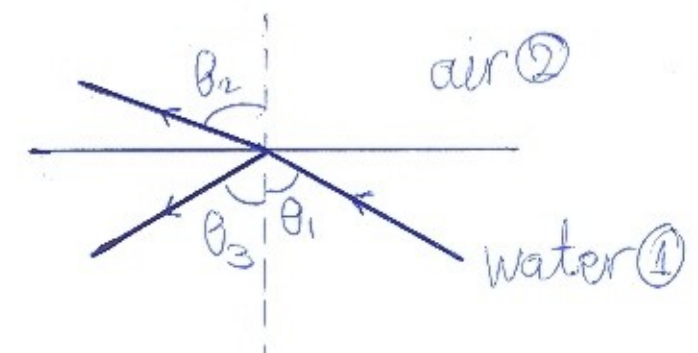
- Η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαθλώμενη ακτίνα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

- $\theta_1 = \theta_3$

- $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (Νόμος του Snell) $\leadsto \theta_1 > \theta_2$

n - δείκτης διάθλασης

- αέρας $\rightarrow 1$
- νερό $\approx 1,3$
- γυαλί $\approx 1,5$



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{1}{1,3} \leadsto \theta_1 < \theta_2$$

$$\theta_2 = 90^\circ \rightarrow \theta_1 = 50^\circ$$

Για $\theta_1 > 50^\circ$ έχω ολική ανάκλαση. Για $\theta_1 = 50^\circ$ έχω την κρίσιμη γωνία. Έτσι:

$$\sin \theta_{crit} = \frac{n_2}{n_1}, n_1 > n_2$$



$$* u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 k k_M}} = \frac{c}{\sqrt{k k_M}} = \frac{c}{n} \Rightarrow \boxed{n = \frac{c}{u}}$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{u_1}{u_2}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

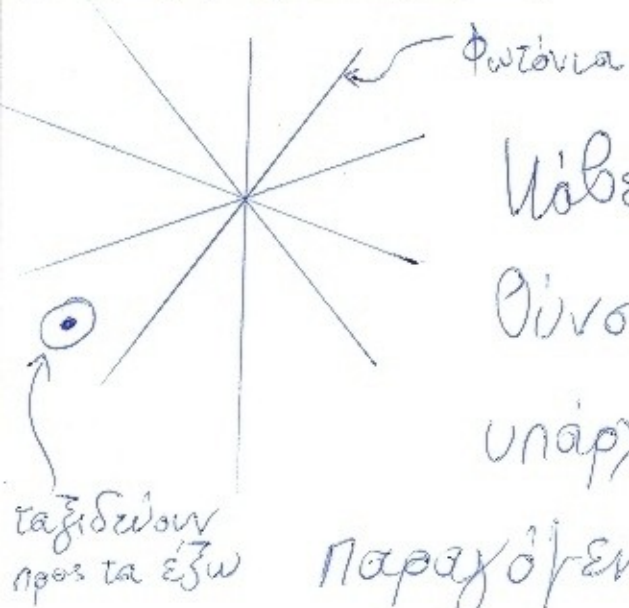
$$n = \frac{c}{u} = \frac{\lambda_0 f}{\lambda f} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}}$$

* Προκύπτει από τις εξισώσεις του Maxwell για τα υλικά που είναι διηλεκτρικά ή έχουν μαγνητικές ιδιότητες.

Κύματα διαφορετικών συχνοτήτων έχουν και διαφορετικές γωνίες διάθλασης. Γι' αυτό συμβαίνει και η σκέδαση του φωτός καθώς περνά μέσα από ένα πρίσμα, και αναλύεται στα χρώματα της φάσας του μαυρού.



Μη Πόλωμένο Φως

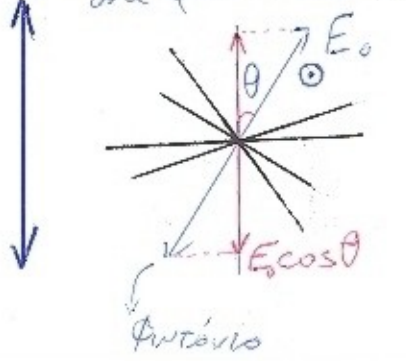


Κόβει φωτόνια ταλαντώνεται στις αντίστοιχες διευθύνσεις (εμάλι έτσι όταν εξαχεται ο μέσος όρος, δεν υπάρχει κάποια συγκεκριμένη διεύθυνση που το παραγόμενο ηλεκτρικό πεδίο ταλαντώνεται. Αυτό ονομάζεται μη πόλωμένο φως.

①

Ο Edwin Land ανέπτυξε ένα υλικό, το οποίο όταν το φως περνάει από μέσα του, προαλεί την πόλωση του φωτός.

→ ένα φύλλο του Land που προαλεί την πόλωση στην αντίστοιχη διεύθυνση

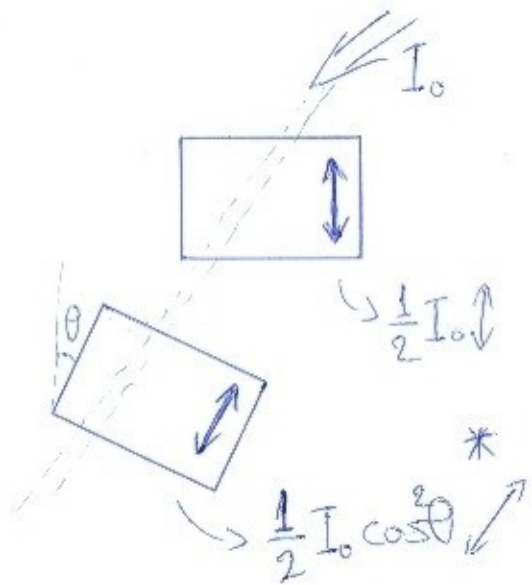


$$I \propto E_0^2$$

I_0 η ένταση του μη πόλωμένου φωτός $\rightarrow \frac{1}{2} I_0$ ένταση πόλωμένου φωτός

Άρα το φύλλο αυτό είναι ένας ιδανικός πόλωτής (HN50).





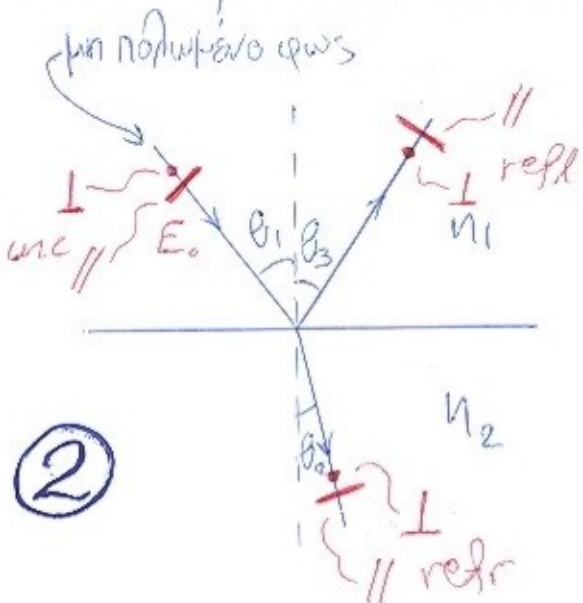
* Malus' Law: Η ταχυνική του να μειώνεται το πολωμένο φως, με τον παράγοντα $\cos^2 \theta$.

$$\theta = 30^\circ \rightarrow \frac{1}{2} I_0 \cdot 0,75$$

$$\theta = 0^\circ \rightarrow \frac{1}{2} I_0$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow 0$$

Τα παρακάτω προκύπτουν από τις εξισώσεις του Maxwell.*



Προκύπτει ότι το ανακλώμενο και το διαθλώμενο φως είναι μερικώς πολωμένα.

$$E_{0||refl} = E_{0||inc} \frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \frac{v_{inc}}{v_{refl}} - E_{0||inc} \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

* Προκύπτουν 4 εξισώσεις που σχετίζουν:

$$E_{0||refl} - E_{0||inc}, E_{0||refr} - E_{0||inc}, E_{0\perp refl} - E_{0\perp inc}, E_{0\perp refr} - E_{0\perp inc}$$



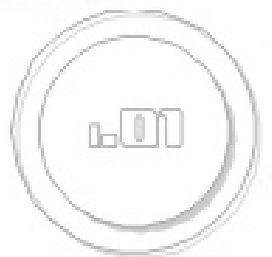
Εάν στην προηγούμενη εξίσωση $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ τότε $E_{\parallel \text{refl}} \rightarrow 0$, που σημαίνει ότι υπάρχει μόνο ο παράγοντας $E_{\perp \text{refl}}$ και επομένως το ανακτώμενο φως είναι πλήρως πολωμένο.

Γι' αυτή την περίπτωση, έχω:

$$\theta_1 + \theta_2 = 90 \rightarrow \sin \theta_2 = \cos \theta_1 \quad (1)$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \boxed{\frac{n_2}{n_1} = \tan \theta_1} \quad \text{Γωνία Brewster}$$

Επίσης διηλεκτρικά και αγχοί έχουν διαφορετικές ιδιότητες, και έτσι μπορώ να δω μέταλλο να προκαλεί μόνο μερική πόλωση.

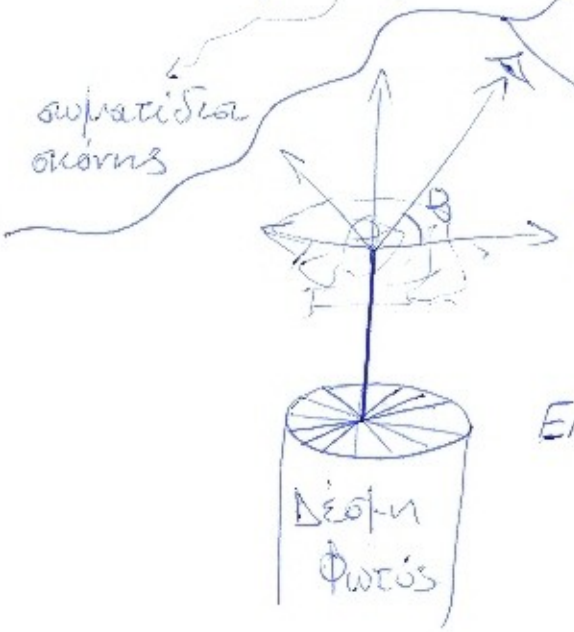


3

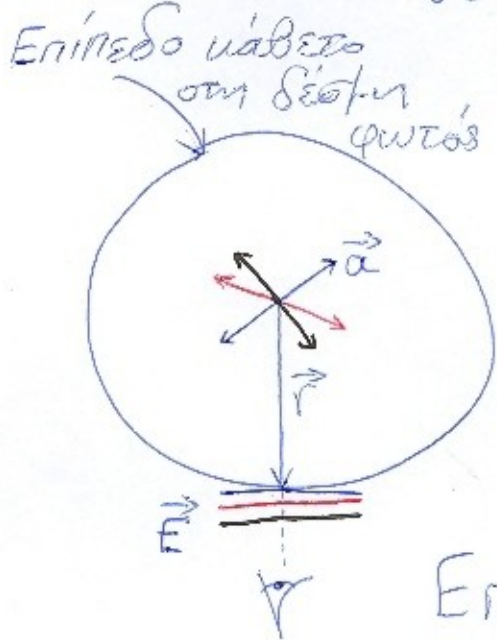


$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Σκέδαση του φωτός

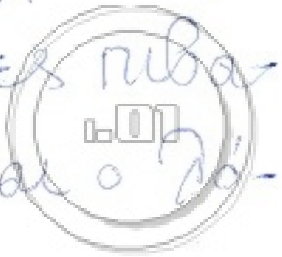


* Το φωτόνιο προσκρούει στα σωματίδια της σκόνης, απορροφάται από αυτά, και τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που υπάρχουν θα εκπέμπουν ένα νέο φωτόνιο στην ίδια συνιστώσα συχνότητα ταλάντωσης, αλλά σε τυχαία διεύθυνση.

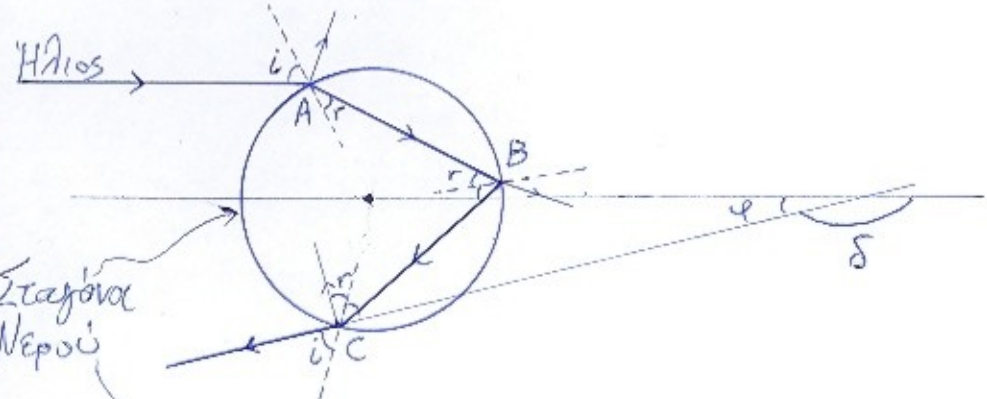


Επομένως σε γωνία σκέδασης 90° παίρνω πλήρως πολωμένο φως, ενώ σε γωνία $\theta < 90^\circ$ παίρνω μερικώς πολωμένο.

Επίσης, για λόγους κβαντομηχανικής φύσης, το μπλε έχει περισσότερες πιθανότητες να σκεδαστεί, από το κόκκινο φως. Αυτός είναι και ο λόγος που ο ουρανός είναι μπλε.



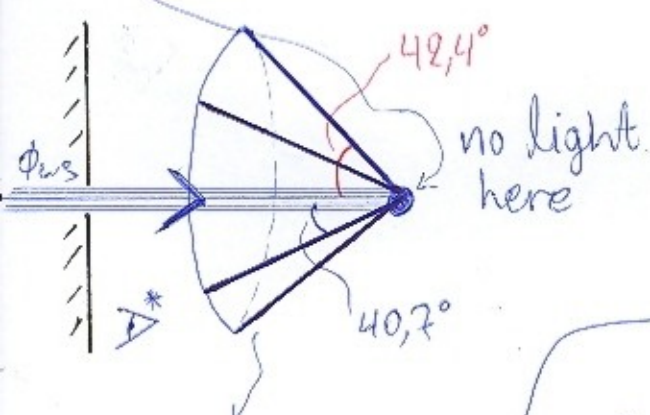
Ουράνιο Τοξο



$$\delta = 180^\circ + 2i - 4r$$

$$\delta_{\min} \approx 138^\circ$$

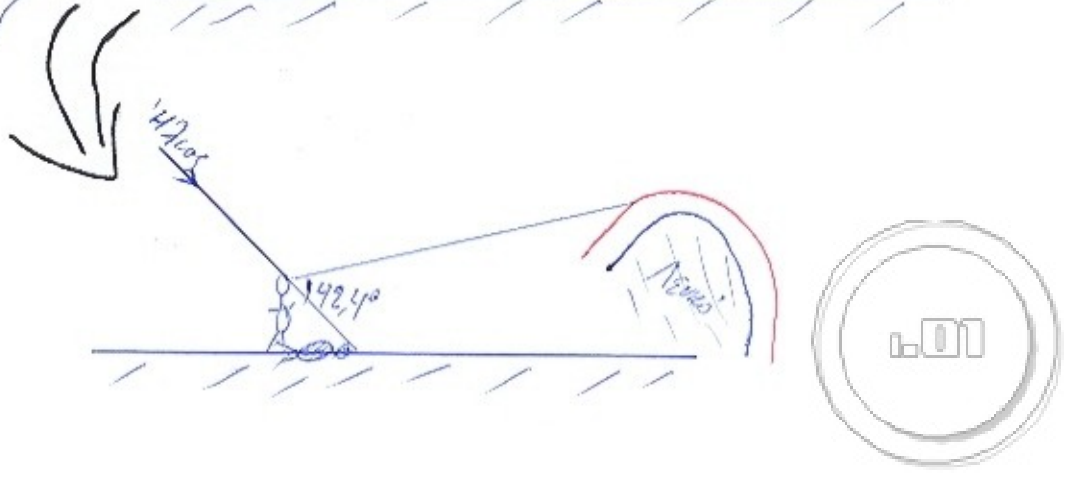
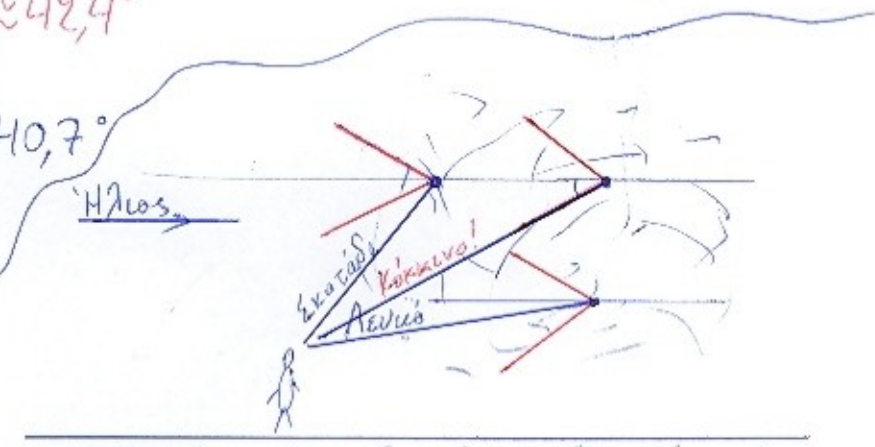
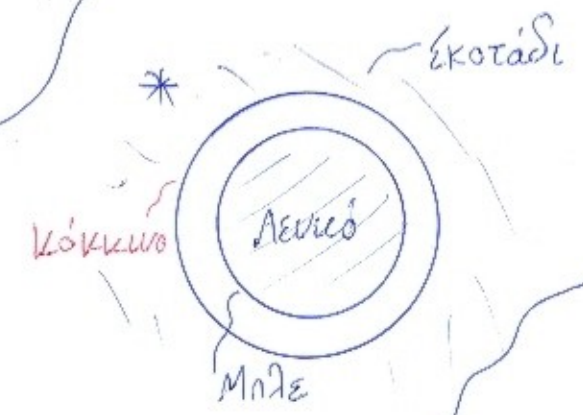
$$\phi_{\max} \approx 42^\circ$$

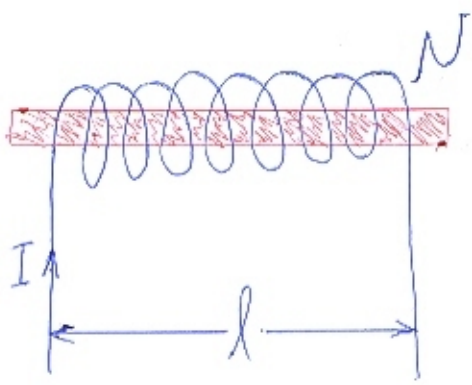


$$n_{\text{red}} = 1,331 \rightarrow \phi_{\max} \approx 42,4^\circ$$

$$n_{\text{blue}} = 1,343 \rightarrow \phi_{\max} \approx 40,7^\circ$$

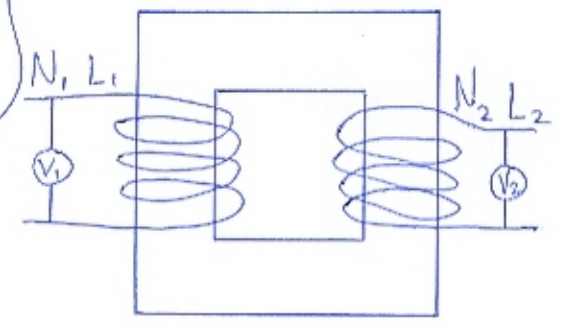
Ανακλώφοντες Ακτίνες





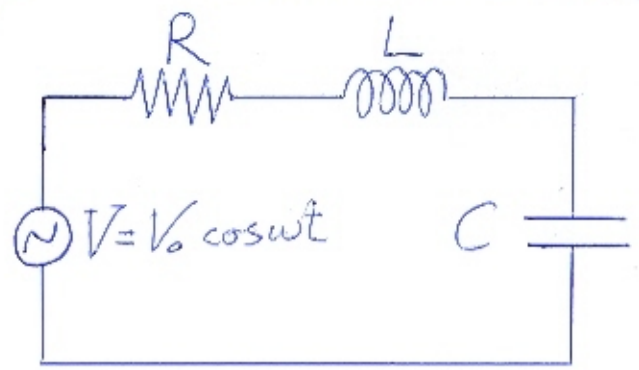
$$B = \frac{\mu_0 I N}{l} K_M$$

$$L = \frac{\Phi_B}{I}$$



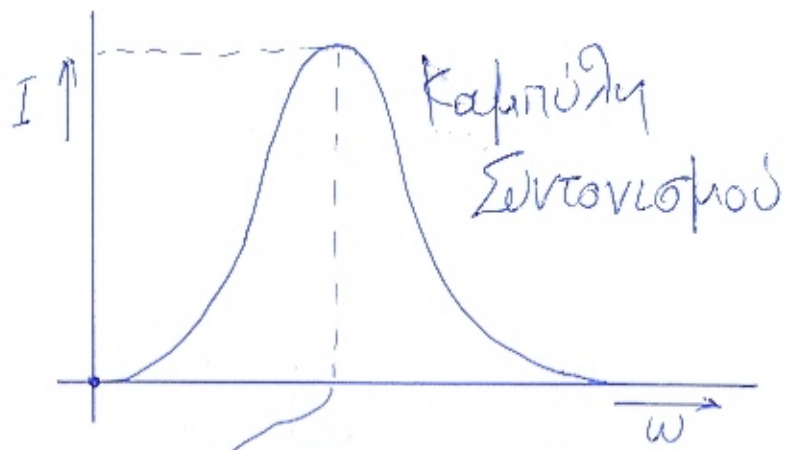
$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| \approx \frac{N_2}{N_1}$$

$$\left| \frac{I_2}{I_1} \right| \approx \frac{N_1}{N_2}$$



$$I = \frac{V_0 \cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{\chi}{R}$$

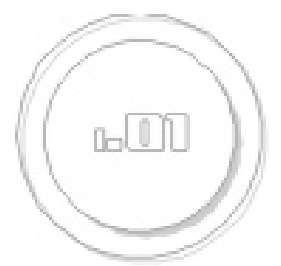
χ — άεργος αντίσταση
 εφάνεση Z



$$I_{\max} = \frac{V_0}{Z}$$

Συντονισμός

$$\chi = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \left\{ \varphi = 0 \Rightarrow I_{\max} = \frac{V_0}{R} \right.$$



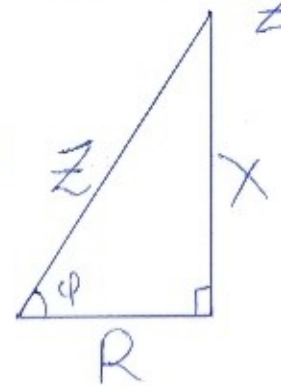
$$\overline{P} = \langle VI \rangle \stackrel{*1}{=} \frac{V_0^2}{2Z} \cos\phi \stackrel{*2}{=} \frac{V_0^2 R}{2Z^2}$$

$$V_0 \cos\omega t \frac{V_0}{Z} \cos(\omega t - \phi) = V_0 \cos\omega t \frac{V_0}{Z} (\cos\omega t \cos\phi - \sin\omega t \sin\phi) = V_0^2 \frac{\cos^2\omega t}{Z} \cos\phi - V_0^2 \frac{\sin\omega t \cos\omega t}{Z} \sin\phi$$

$$\langle \cos^2\omega t \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle \sin\omega t \cos\omega t \rangle = 0$$

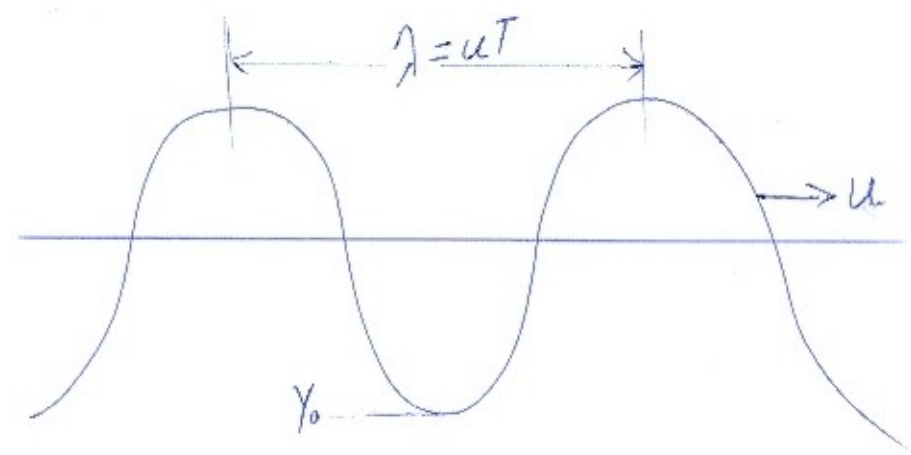
$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$

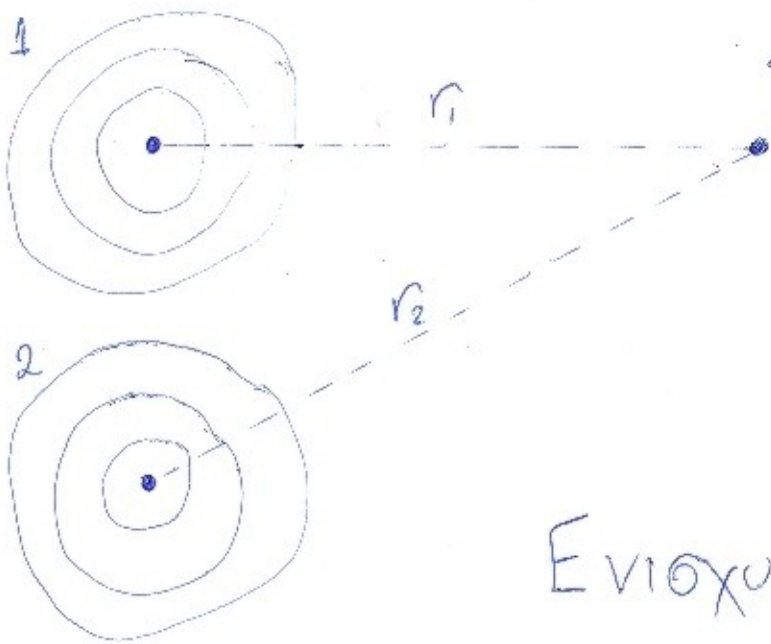


$$y = y_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$u = \frac{\omega}{k}$$



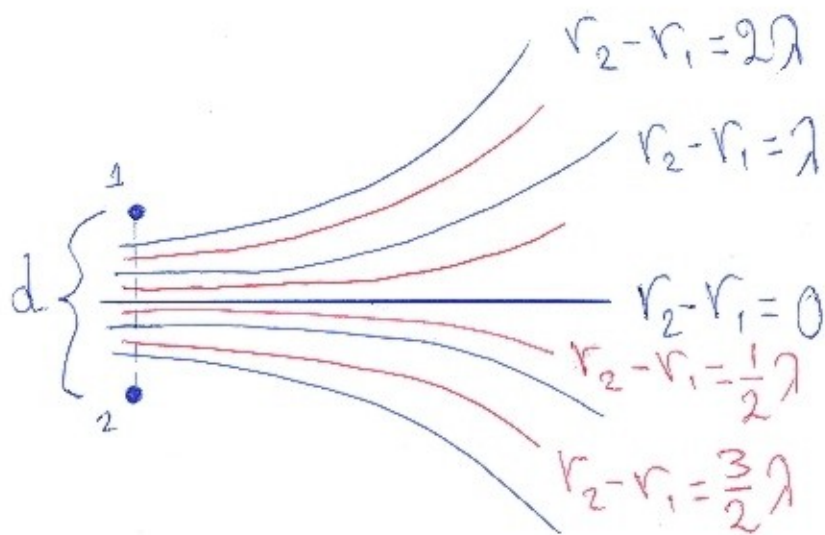


Ακρωτική Συμβολή:

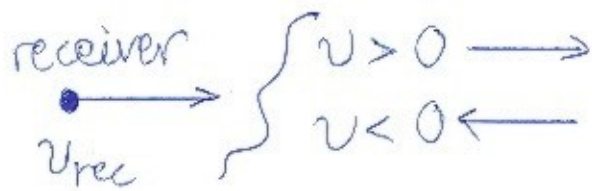
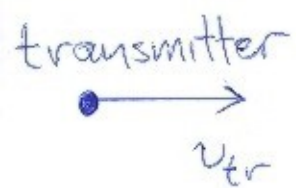
$$r_2 - r_1 = \frac{1}{2}\lambda, \pm \frac{3}{2}\lambda$$

$$\Rightarrow r_2 - r_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Ενισχυτική Συμβολή: $r_2 - r_1 = n\lambda, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$



Doppler



$$f' = f \frac{v_s - v_{rec}}{v_s - v_{tr}}$$

f' - συχνότητα λήψης
 f - συχνότητα μετάδοσης

v_s - ταχύτητα του ήχου, $|v_s| = 340 \text{ m/s}$

Το φαινόμενο Doppler ισχύει και για την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

$$f' = f \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad v - \text{η σχετική ταχύτητα μεταξύ πηγής-λήπτη.}$$

για $\beta > 0 \rightarrow$ απομάκρυνση

για $\beta < 0 \rightarrow$ προσέγγιση

και

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{f} \\ \lambda' &= \frac{c}{f'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\lambda' = \lambda \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2}$$

Η v αφορά την παράλληλη συνιστώσα μεταξύ πηγής-δέκτη.

